KANTON
LUZERN
Bildungs- und Kulturdepartement

Kantonale Fachschaft Mathematik

Repetitionsaufgaben: Einführung des Begriffes *Funktion*

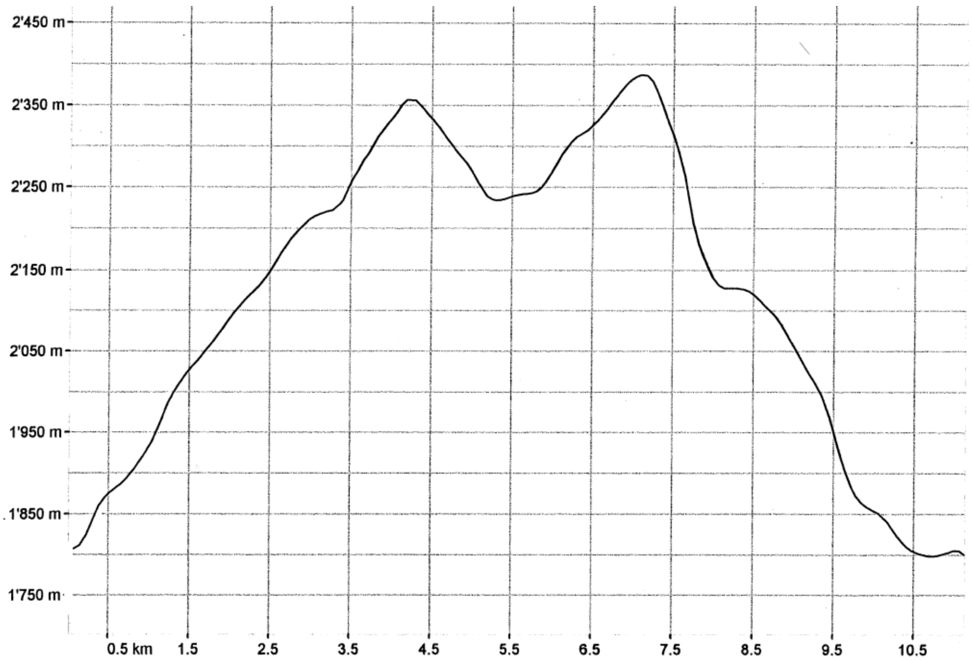
Zusammengestellt von Jörg Donth, KSR

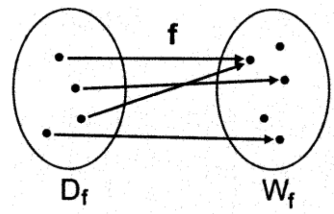
Lernziele:

- Sie kennen die Begriffe *Funktion*, *Funktionswert*, *Argument der Funktion*, *Definitions- und Wertebereich der Funktion*.
- Sie können Funktionswerte oder Funktionsargumente mit Hilfe der Funktionsgleichung berechnen.
- Sie können Funktionen durch den Funktionsgraphen beschreiben.

Beispiel 1

Eine Bergtour führt über einen Rundkurs von 11 km. Die untenstehende Abbildung zeigt das Höhenprofil der Strecke. Jedem Entfernungskilometer vom Start wird eine Höhenangabe zugeordnet. Eine solche Zuordnung heisst Funktion.





Eine Funktion f ist eine eindeutige Zuordnung, die jedem Element x der Definitionsmenge D_f genau ein Element y der Wertemenge W_f zuordnet.

Schreibweise f: x → y oder y = f(x).

Es entstehen geordnete Paare [x;y] oder [x;f(x)], sogenannte Wertepaare.
Die Werte x sind die **Argumente** der Funktion, die zugeordneten Werte y die **Funktionswerte**.

Aufgaben

1. Gegeben ist die Funktion, die durch das Höhenprofil (Beispiel 1) dargestellt wird.
(a) Geben Sie in Worten die Definitionsmenge und die Wertemenge an!
(b) Ergänzen Sie Argument oder Funktionswert (d ... Distanz in km, h ... Höhe in m)!

[2,5;....], [....; 2250], f(8,5) = ... ; f(10) = ...

2. Veranschaulichen Sie folgende Zuordnungen und beschreiben Sie diese durch Angabe der Menge der geordneten Paare! Welche Zuordnung ist eine Funktion?

(a) X = Menge der Garderobenmarken mit den Nummern 1 bis 5
Y = Menge der Garderobenhaken mit den Nummern 1 bis 5

(b) X = Menge der Schlüssel S1, S2, und S3
Y = Menge der Räume R1, R2, …, R5
Mit S1 kann man R1 und R5 öffnen, mit S2 R2 und R4, mit S3 R3.

(c) Zuordnung, die jeder ganzen Zahl $-1 \le x \le 3$ ihre Quadratzahl zuordnet.

Beispiel 2

Gegeben ist eine Funktion f: x → y durch die Wertepaare [2;1], [4;2], [6;3], [8;4].
Der Definitionsbereich von f ist $D_f = \{2;4;6;8\}$, ihr Wertebereich $W_f = \{1;2;3;4\}$.

Die Funktion ordnet jedem x-Wert aus D_f einen y- Wert zu, der $\frac{1}{2}x$ entspricht.

Die Zuordnung kann mit der Gleichung $y = \frac{1}{2}x$ beschrieben werden.

Die Zuordnungsvorschrift f: x → y kann durch eine Gleichung y = f(x) beschrieben werden, die Funktionsgleichung. Durch Einsetzen in die Funktionsgleichung kann zu jedem x- Wert (Argument) aus dem Definitionsbreich D_f der zugehörige y- Wert (Funktionswert) berechnet werden.

Aufgaben

3. Eine Funktion f ordnet jeder Zahl
(a) $x \in N \wedge 1 \le x \le 10$ ihre Quadratzahl zu,
(b) $x \in N \wedge x \ne 0$ ihren Nachfolger zu,
(c) $x \in R \wedge x \ne 0$ ihr Reziprokes zu,
(d) $x \in R$ ihr Doppeltes vermindert um drei zu.
Stellen Sie f durch geordnete Paare, die Wertetabelle, eine Funktionsgleichung dar.
Geben Sie Definitions- und Wertebereich an!

4. Ist die Zuordnung eine Funktion? Falls eine Funktion vorliegt, so geben Sie eine mögliche Funktionsgleichung an!

(a)	x	-2	-1	0	1	2	3
	y	-8	-1	0	1	8	27

(b)	x	4	1	0	1	2	4
	y	0	1	2	3	3	4

(c)	x	-2	-1	0	1	2	3
	y	2	1	0	1	2	3

5. Gegeben sind Wertepaare einer Funktion. Geben Sie eine mögliche Funktionsgleichung an!
Ergänzen sie die Wertetabelle!

x	-4		-1	0	5
y	-2	0	1		7

6. Gegeben ist die Funktion f: $x \rightarrow y$ durch die Funktionsgleichung y = 3x + 1. Eine andere äquivalente Schreibweise lautet: y = f(x) = 3x + 1. Ergänzen Sie die geordneten Paare, die zu f gehören!

(a) [0;], [-1;], [$\frac{2}{3}$;], [; 7], [;-14], [;0]

(b) f(5) = ; f(-10) = ; f(0,5) = ; f( ) = 25; f( ) = $\frac{13}{10}$; f( ) = -8.

7. Für eine Funktion f gilt:

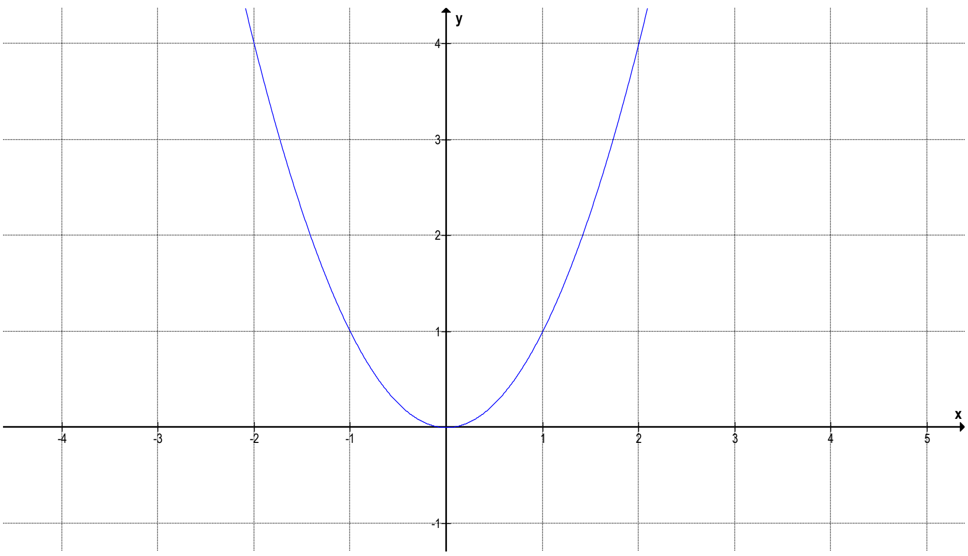
(a) f(1) = 1; f(2) = 3; f(3) = 5; f(4) = 7 (b) f(1) = $\frac{1}{2}$; f(2) = 2; f(3) = 4,5; f(4) = 8

Geben Sie die Funktionsgleichung y = f(x) an! Berechnen Sie f(5)!
Bestimmen Sie das Argument x so, dass f(x) = 0 ist!

Beispiel 3

Die Funktion f(x) = x^2 ordnet jedem x- Wert sein Quadrat zu, $D_f = R$, $W_f = R_0^+$. Trägt man die Punkte P(x/x^2) im Koordinatensystem ein, erhält man den Graphen der Funktion f.
Zur Berechnung einiger Wertepaare der Funktion kann man eine Wertetabelle verwenden.

x	-2	-1	-0,5	0	0,5	1	2
y = x^2	4	1	0,25	0	0,25	1	4



Eine sehr anschauliche Darstellung einer Funktion ist der Graph, der in einem Koordinatensystem gezeichnet wird. Die Elemente aus D_f werden auf der x- Achse (Abszisse) und die Elemente aus W_f auf der y- Achse (Ordinate) erfasst; jedem Wertepaar [x;y] kann ein Punkt P(x;y) in der x-y- Ebene des Koordinatensystems zugeordnet werden.

Aufgaben

8. Zeichnen Sie mit Hilfe einer Wertetabelle den Graphen der Funktion f in ein Koordinatensystem.

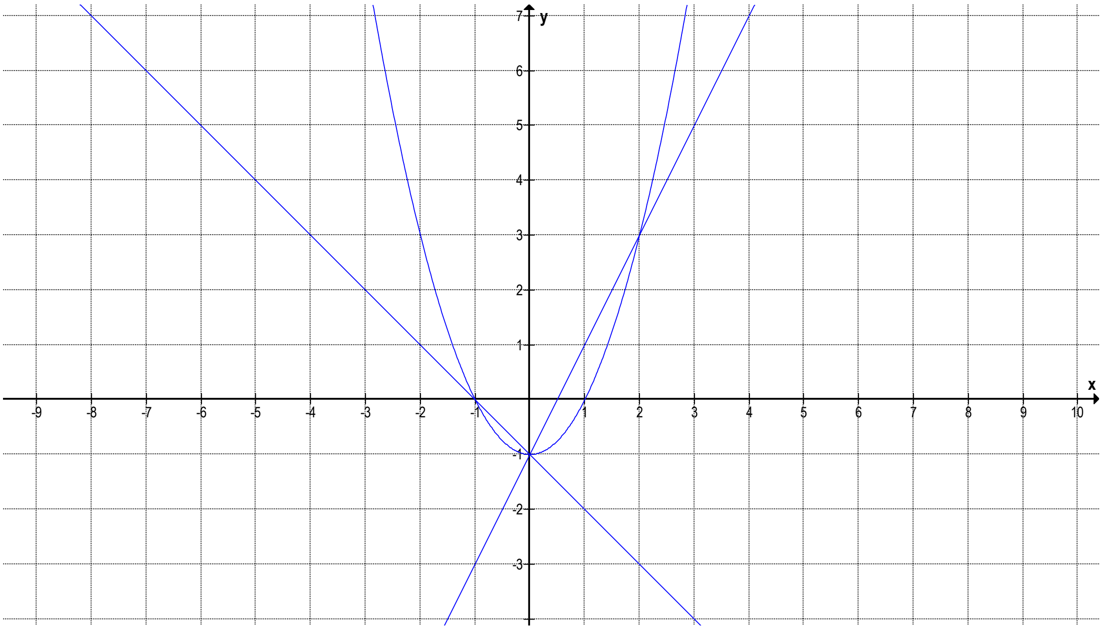
(a) f(x) = x + 2 für $-5 \leq x \leq 5$, $x \in R$

(b) f(x) = - 3x + 2 für $-1 \leq x \leq 2$, $x \in R$

(c) f(x) = $(x-2)^2$ für $-1 \leq x \leq 5$, $x \in R$

9. Welcher Graph gehört zu welcher Funktion?

$f(x) = x^2 - 1$ $\qquad$ $f(x) = 2x - 1$ $\qquad$ $f(x) = -x -1$



Lösungen

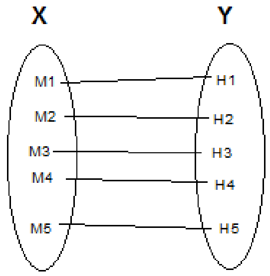
A1

(a) D_f = Menge aller Distanzen zwischen 0 und 11 km
W_f = Menge aller Höhenmeter zwischen 1800 und 2390 m

(b) [2,5;2150], [3,5; 2250], f(8,5) = 2125; f(10) = 1850
(nur genäherte Angaben)

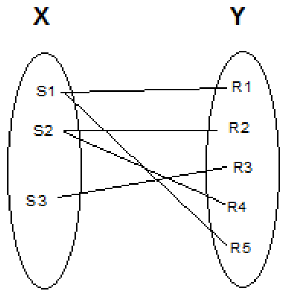
A2

(a)



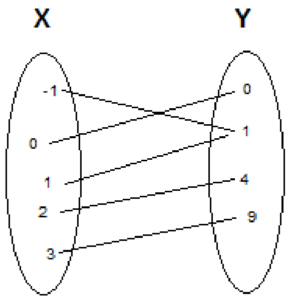
Zuordnung ist Funktion (eineindeutig)

(b)



Zuordnung ist keine Funktion (einem Element aus X werden mehrere Elemente aus Y zugeordnet)

(c)



Zuordnung ist Funktion (eindeutig)

A3
(a)

[1;1],[2;4],[3;9],...,[10;100]

x	1	2	3	10
y	1	4	9	100

$y = x^2$

(b)

[1;2],[2;3],[3;4],...

x	1	2	3	4
y	2	3	4	5

$y = x + 1$

(c)

$\left[\frac{1}{2},2\right];\left[-3;-\frac{1}{3}\right];[100;0,01];\ldots$

x	-1	0,125	-2,5
y	-1	8	-0,4

$y = \frac{1}{x}$

(d)

[-2;-7],[-1;-5],[2;1]

x	-5	0	5
y	-13	-3	7

$y = 2x - 3$

A4

(a) ist Funktion, $y = x^3$

(b) keine Funktion

(c) ist Funktion $y = |x|$ (Betragsfunktion)

A5

y = x + 2

x	-4	-2	-1	0	5
y	-2	0	1	2	7

A6

(a) [0; 1], [-1; -2], [$\frac{2}{3}$;3], [2 ; 7], [-5;-14], [$-\frac{1}{3}$;0]

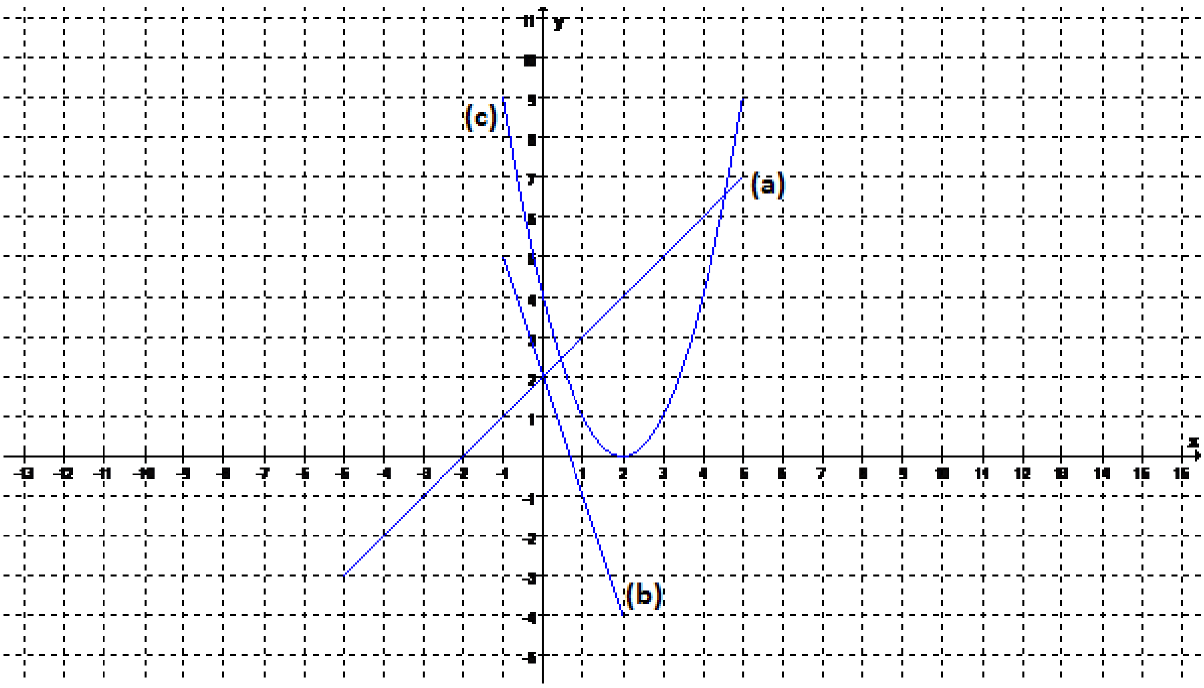
(b) f(5) = 16 ; f(-10) = -29 ; f(0,5) = 2,5 ; f(8) = 25; f($\frac{1}{10}$) = $\frac{13}{10}$; f(-3) = -8

A7

(a) y = 2x - 1 f(5) = 9 0 = 2x - 1 x = 0,5

(b) y = 0,5 x^2 f(5) = 12,5 0 = 0,5 x^2 x = 0

A 8



A9