

Schriftliche Maturitätsprüfung 2018

Fach	Schwerpunktfach Physik und Anwendungen der Mathematik	
Prüfende Lehrpersonen	Christoph Arnold Michael Portmann	christoph.arnold@edulu.ch michael.portmann@edulu.ch
Klasse	6d	
Prüfungsdatum	28. Mai 2018	
Prüfungsdauer	3 Stunden	
Erlaubte Hilfsmittel	Formelsammlung DMK Taschenrechner TI-30 / TI Voyage 200	
Anweisungen zur Lösung der Prüfung	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Alle Lösungen sind sauber darzustellen und ausführlich zu dokumentieren.</li> <li>• Bitte löst die Aufgaben 1 - 5 (Physik) und 6 - 9 (Mathematik) auf separate Bögen.</li> <li>• Für 50 Pkt wird die Note 6 erteilt.</li> </ul> <p>Wir wünschen viel Glück und viel Erfolg.</p>	
Anzahl erreichbarer Punkte	Aufgabe 1: 6 Aufgabe 2: 6 Aufgabe 3: 6 Aufgabe 4: 6 Aufgabe 5: 6	Aufgabe 6: 7 Aufgabe 7: 8 Aufgabe 8: 7 Aufgabe 9: 8 <hr/> Total: 60
Anzahl Seiten (inkl. Titelblatt)	6	

.....  
 Name, Vorname

.....  
 Klasse

.....  
 Nummer

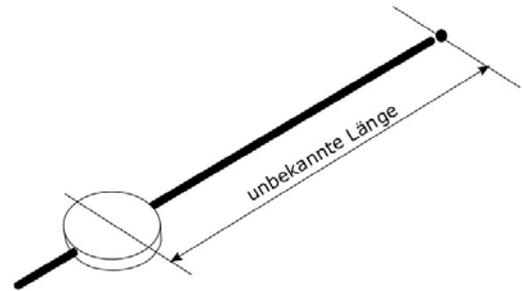
.....  
 Punkte

.....  
 Note

**1. Mechanik**

a) 2,5 Pkt      a) 1,5 Pkt      b) 2,0 Pkt

Dave hat ein altes Pendel (Zylinder-Masse: 100 g, Radius: 5 cm, Höhe: 2 cm) und das Uhrwerk einer Pendeluhr gekauft. Im Moment plant er den Uhrenkasten, in welchem das Pendel schliesslich hin und her schwingen soll.



a) Wie weit weg von der Aufhängung muss die Masse befestigt werden, damit das Pendel im Sekundentakt schwingt? *Berechnung!*

b) Im Internet findet Dave folgende Aussagen:

- Die kalte Pendeluhr tickt langsamer als die warme Pendeluhr.

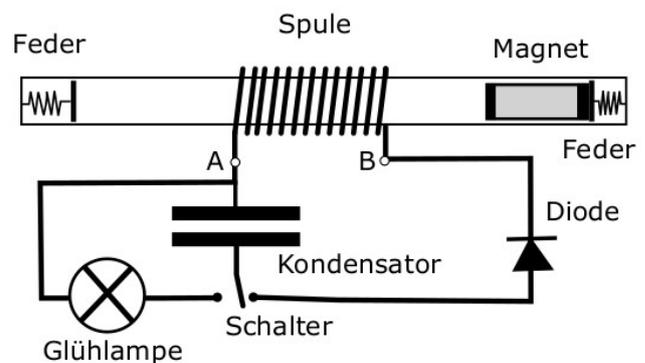
Entscheiden Sie eindeutig, ob diese Aussage richtig oder falsch ist. *Begründung?*

c) Die Energie bezieht die Pendeluhr von einem Gewichtsstein, der sich langsam senkt. Wie muss das Uhrwerk theoretisch funktionieren, um die Energie des Gewichtssteins möglichst effizient ans Pendel zu übertragen? *Erklären!*

**2. Elektrizitätslehre**

a) 2,0 Pkt      b) 2,5 Pkt      c) 1,5 Pkt

Vor uns liegt eine Schüttel-Taschenlampe. Alle Bestandteile sind auf dem Bild rechts dargestellt. Der Magnet (90 g) hat die Feder (9000 N/m) rechts um 0,5 cm zusammengedrückt, wurde abgebremst und steht in diesem Moment still.



a) Wie schnell wird sich der Magnet durch die Spule bewegen, wenn der Magnet nach links beschleunigt wird? *Berechnung!*

b) Wie verändert sich die Spannung, wenn sich der Magnet durch die Spule hin und her bewegt? *Ein Diagramm zeichnen und erklären!*

c) Wir haben die Lampe vor kurzem geschüttelt. Warum wird sie leuchten, sobald wir den Schalter drücken? *Erklärung!*

## 3. Relativitätstheorie

a) 3,0 Pkt      c) 3,0 Pkt

Albertina hat von Einsteins Lichtuhr gehört und möchte selber eine Lichtuhr bauen. Als sie einen 38,4 cm langen Behälter findet, will sie sofort beginnen. Leider stellt sie fest, dass sie die Funktionsweise der Lichtuhr nicht versteht. So wird sie auch keine bauen können?!

a) Wie können wir mit einer Lichtuhr anschaulich zeigen, dass es Zeitdilatation geben muss? *Mit einem Text die Funktionsweise der Lichtuhr und die Zeitdilatation erklären!*

b) Im Internet findet Albertina folgende Aussagen:

- Elektronen können auch andere Massen haben als im gelben F&T-Buch auf dem Einband angegeben.
- Mit der Lichtuhr lässt sich nur die Zeitdilatation erklären.

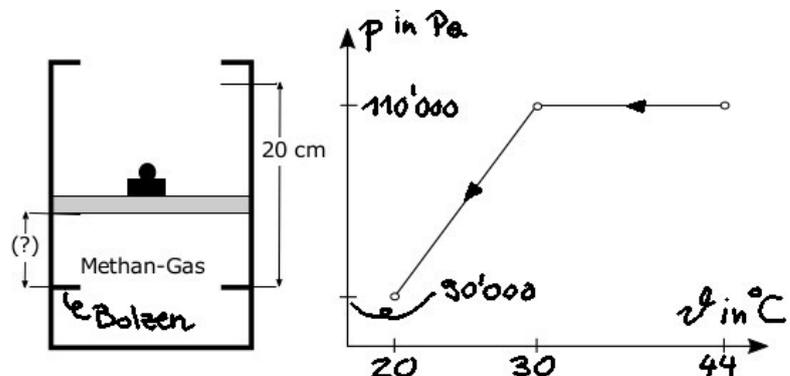
Entscheiden Sie eindeutig, ob diese Aussagen richtig oder falsch sind. *Begründung?*

## 4. Wärmelehre

a) 2,0 Pkt      b) 1,5 Pkt      c) 2,5 Pkt

Das Methan-Gas (Masse: 4,14 g, Volumen: 6,2 dm<sup>3</sup>, spez. Wärme für konstantes Volumen: 1696 J/(kg·K), spez. Wärme für konstanten Druck: 2219 J/(kg·K)) im unten abgebildeten zylinderförmigen Gefäss (Radius: 10 cm) ist 44°C warm. Aktuell beträgt der Druck im Gefäss 110'000 Pascal und die Temperatur 44°C.

Das Diagramm zeigt, wie sich der Druck abhängig von der Temperatur in den nächsten 10 Minuten verändern wird.



a) Wie gross ist die aktuelle Distanz zwischen Kolben und den Bolzen unten? *Berechnung!*

b) Was wird beim zweiten Gasprozess auf der Ebene der Teilchen passieren? *Gasprozess mikroskopisch beschreiben!*

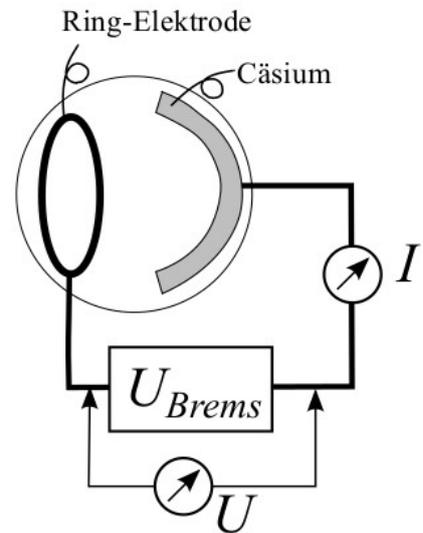
c) Wie wird sich die innere Energie des Gases verändern, wenn wir das Gas wie rechts im Diagramm gezeigt beeinflussen? *Berechnung!*

**5. Quantenphysik**

a) 2,0 Pkt      b) 1,5 Pkt      c) 2,5 Pkt

Mit dem rechts abgebildeten Versuch haben wir für gelbes Licht (Wellenlänge: 589,30 nm) langsam die Spannung erhöht und bei einer Spannung von 1,94 Volt keinen Strom mehr gemessen.

- a) Wie schnell sind die Elektronen, die durchs Licht aus dem Cäsium gelöst werden? *Berechnung!*
- b) Welche Wellenlänge haben diese Elektronen? *Berechnung!*
- c) Mit dem Versuch rechts werden Elektronen als Teilchen sichtbar. Warum können wir dann trotzdem eine Wellenlänge fürs Elektron berechnen? *Ideen, Vorstellungen und einen Versuch erklären, warum und wann ein Elektron auch Welle sein kann.*



**6. Affine Abbildung**

<b>a)</b>	<b>b)</b>	<b>c)</b>	<b>d)</b>
<b>2 Pkt</b>	<b>2 Pkt</b>	<b>1 Pkt</b>	<b>2 Pkt</b>

Geben seien die affinen Abbildungen  $\alpha$  und  $\beta$ .

$$\alpha: \vec{r}' = \begin{pmatrix} \frac{1}{5} & \frac{8}{5} \\ -\frac{2}{5} & \frac{9}{5} \end{pmatrix} \cdot \vec{r} = A \cdot \vec{r} \quad , \quad \beta: \vec{r}' = \begin{pmatrix} \frac{3}{5} & \frac{4}{5} \\ \frac{4}{5} & -\frac{3}{5} \end{pmatrix} \cdot \vec{r} = B \cdot \vec{r}$$

- a) Bestimmen Sie Eigenwerte und Eigenvektoren von A.
- b) Bestimmen Sie die Fixpunktgerade von  $\alpha$  und begründen Sie, dass  $\alpha$  eine Scherung ist. Zeigen Sie in einer Skizze die Wirkung von  $\alpha$  auf den Punkt P(-1/2).
- c) Begründen Sie, dass  $\beta$  die Spiegelung an der Geraden  $y = \frac{1}{2}x$  ist.
- d) Bestimmen Sie die Abbildungsmatrix der Abbildung  $\beta \circ \alpha$  (zuerst  $\alpha$ , dann  $\beta$ ) und kontrollieren Sie mit dem Punkt P(-1/2) rechnerisch und in der Skizze.

**7. Differentialgleichungen**

<b>a<sub>1</sub>)</b>	<b>a<sub>2</sub>)</b>	<b>b)</b>
<b>1 Pkt</b>	<b>3 Pkt</b>	<b>4 Pkt</b>

Lösen Sie die zwei unabhängigen Teilaufgaben.

- a) Gegeben ist folgende Differentialgleichung:  $y' + xy - \frac{1}{2}x = 0$ 
  - a<sub>1</sub>) In welchen Punkten im xy-Koordinatensystem haben die Lösungskurven der Differentialgleichung die Tangentensteigung 0?
  - a<sub>2</sub>) Bestimmen Sie die durch den Punkt P(0/2) gehende Lösung der Differentialgleichung.
- b) Das Wasser in einem Meerwasseraquarium mit 2700 Liter (=2700 kg) Inhalt muss einen Salzgehalt von mindestens 3% haben. Nachdem das Aquarium versehentlich mit reinem Süßwasser (Wasser ohne Salz) gefüllt wurde, soll der Fehler korrigiert werden, indem man während einer gewissen Zeit 30 Liter (=30 kg) pro Minute Meerwasser mit 3.5% Salzgehalt einleitet und gleichzeitig die gleiche Menge Wasser durch den Überlauf abfließen lässt, wobei der Salzgehalt durch Umrühren homogen gehalten wird.  $S(t)$  sei die Salzmenge in kg im Aquarium in Abhängigkeit der Zeit  $t$  in Minuten. Leiten Sie eine Differentialgleichung her für  $S(t)$  und bestimmen Sie die Lösungsfunktion.

**8. Statistischer Test**

<b>a)</b>	<b>b)</b>	<b>c)</b>
<b>3 Pkt</b>	<b>2 Pkt</b>	<b>2 Pkt</b>

Ein Fruchthändler erhält jede Woche eine Lieferung von 500 Exemplaren einer exotischen Frucht. Mit dem Lieferanten wurde vertraglich abgemacht, dass die Lieferung zurückgewiesen wird, wenn mehr als 2% der Früchte von mangelhafter Qualität sind. Da die Qualität einer Frucht nur beurteilt werden kann, wenn man sie aufschneidet, prüft der Fruchthändler jeweils die Qualität der Lieferung mit einer Stichprobe von 30 zufällig ausgewählten Früchten.

- a) Formulieren Sie die Hypothesen und bestimmen Sie die Entscheidungsregel für ein Signifikanzniveau von 5%.
- b) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit für den Fehler 2. Art, wenn sogar 4% der Früchte mangelhaft sind. Begründen Sie, warum das für den Fruchthändler problematisch ist.
- c) Wie verändert sich die Wahrscheinlichkeit für den Fehler 2. Art bei einem Anteil von 4% mangelhafter Früchte, wenn der Fruchthändler den Stichprobenumfang auf  $n = 60$  verdoppelt?

**9. Komplexe Funktion**

<b>a)</b>	<b>b)</b>	<b>c)</b>
<b>4 Pkt</b>	<b>2 Pkt</b>	<b>2 Pkt</b>

Gegeben sei die komplexe Funktion  $w = f(z) = z^2 + 4z + 5$ .

- a) Bestimmen Sie die Bilder von  $A(-1)$ ,  $B(-1+i)$ ,  $C(-1+2i)$ ,  $D(-1-i)$ ,  $E(-1-2i)$  und zeichnen Sie sie in der  $w$ -Ebene ein.  
Die Punkte A, B, C, D, E liegen auf der Geraden  $\operatorname{Re}(z) = -1$ . Bestimmen Sie eine Gleichung des Bildes dieser Geraden, charakterisieren und skizzieren Sie die Kurve.
- b) Bestimmen Sie eine Gleichung der Kurve, die Urbild der imaginären Achse  $\operatorname{Re}(w) = 0$  ist. Charakterisieren und skizzieren Sie die Kurve.
- c) Zeigen Sie, dass der Kreis  $K = \{ z \mid z = -2 + 2i \operatorname{cis} \varphi, 0 \leq \varphi \leq 360^\circ \}$  auf einen Kreis abgebildet wird und bestimmen Sie den Bildkreis  $K'$ .