

Schriftliche Maturitätsprüfung 2018

Fach	Mathematik Grundlagenfach
Prüfende Lehrperson	Christoph Arnold <i>christoph.arnold@edulu.ch</i>
Klasse	6d
Prüfungsdatum	25. Mai 2018
Prüfungsdauer	3 Stunden
Erlaubte Hilfsmittel	Formelsammlung „Formeln, Tabellen, Begriffe“ Taschenrechner TI-Voyage200 (ohne Handbuch) zusätzlich ein Taschenrechner vom Typ TI-30
Anweisungen zur Lösung der Prüfung	Es wird Wert auf eine saubere Darstellung gelegt. Jede Aufgabe soll auf einer neuen Seite begonnen werden und muss einen vollständigen und nachvollziehbaren Lösungsweg enthalten. Jeder Bogen ist mit dem Namen zu beschriften.
Anzahl erreichbarer Punkte	Aufgabe 1: 10 Aufgabe 2: 10 Aufgabe 3: 10 Aufgabe 4: 6 <u>Aufgabe 5: 9</u> Total: 45 Die Note 6 wird für 42 Punkte erteilt.
Anzahl Seiten (inkl. Titelblatt)	4

.....
Name, Vorname

.....
Klasse

.....
Nummer

	a	b	c	d	e	Punkte
Aufgabe 1: Analysis	2	1.5	1.5	3	2	10

Nach der Einnahme eines Medikaments kann man dessen Konzentration im Blut eines Patienten messen. $f(t)$ sei die Konzentration in mg/l (Milligramm pro Liter) in Abhängigkeit der Zeit t in Stunden.

Für die ersten 6 Stunden wird die Konzentration durch die Funktion $f_1(t) = 10t \cdot e^{-\frac{1}{2}t}$ beschrieben, nach 6 Stunden sinkt die Konzentration näherungsweise linear bis auf null ab. Die nebenstehende Abbildung zeigt eine Skizze des Graphen von f .

- Berechnen Sie die maximale Konzentration im Blut und den Zeitpunkt, zu dem sie vorhanden ist.
- Bestimmen Sie den Zeitpunkt im Intervall $0 \leq t \leq 6$, zu dem die Konzentration am schnellsten sinkt.
- Wie gross ist die mittlere Konzentration in den ersten 6 Stunden?
- Das lineare Absinken der Konzentration nach 6 Stunden wird näherungsweise durch die Tangente an den Graphen von f_1 im Punkt zur Zeit $t = 6$ h beschrieben. Bestimmen Sie die Gleichung der Tangente und damit den Zeitpunkt, zu dem die Konzentration auf null gesunken ist.
- Um die Wirkung des Medikaments zu verbessern, verändert der Hersteller seine Zusammensetzung so, dass die Konzentration des neuen Medikaments genau vier Stunden nach der Einnahme ihren grössten Werte 10 mg/l erreicht. Die Konzentration des Medikaments im Blut wird wieder durch eine Funktion der Form $g(t) = a \cdot t \cdot e^{-b \cdot t}$ mit $a > 0$ und $b > 0$ beschrieben. Bestimmen Sie die Parameterwerte a und b für das neue Medikament.

	a	b	c	d	e	Punkte
Aufgabe 2: Vektorgeometrie	2	2	1	2.5	2.5	10

Die Punkte $A(-2/3/1)$, $B(4/-1/2)$ und $C(1/-2/-3)$ bilden die Ecken der Grundfläche eines Tetraeders $ABCD$. Die Spitze D des Tetraeders liegt senkrecht über dem Schwerpunkt S der Grundfläche und zudem in der Ebene E mit der Gleichung $3x - 2y + z - 6 = 0$.

- Wie gross ist der Winkel $\alpha = \angle BAC$ im Dreieck ABC ?
- Welchen Flächeninhalt hat das Dreieck ABC ?
- Bestimmen Sie die Koordinatengleichung der Ebene G der Grundfläche ABC .
- Zeigen Sie, dass $S(1/0/0)$ der Schwerpunkt des Dreiecks ABC ist, und berechnen Sie die Höhe h des Tetraeders.
- H_B sei der Fusspunkt des Lots von B auf die Seite AC . Berechnen Sie die Koordinaten von H_B .

	a	b	c	d	Punkte
Aufgabe 3: Analysis	2	2	2.5	3.5	10

- f ist eine ganzrationale Funktion 3. Grades. Ihr Graph hat im Punkt $P(0/3)$ eine Tangente mit Steigung 3 und den Wendepunkt $W(3/4)$. Bestimmen Sie die Funktionsgleichung von f .

Wer bei a) keine Lösung erhalten hat, fahre weiter mit $f(x) = \frac{1}{16}x^3 - \frac{3}{4}x^2 + \frac{9}{4}x + 3$.

- Bestimmen Sie die Hoch- und Tiefpunkte von f und skizzieren Sie den Graphen für $x \geq 0$.
- Der Graph von f und die Tangente im Hochpunkt umschliessen eine Fläche, die um die x -Achse rotiert. Bestimmen Sie das Volumen des entstehenden Rotationskörpers. Hier muss die Stammfunktion für die Integralberechnung nicht aufgeschrieben werden.
- Der Graph von f , die x -Achse und die beiden Parallelen $x = k$ und $x = k+3$ mit $k \geq 0$ umschliessen ein Flächenstück. Bestimmen Sie k so, dass der Inhalt dieses Flächenstücks minimal wird, und zeichnen Sie das Flächenstück in der Skizze ein.

	a	b	c	Punkte
Aufgabe 4: Stochastik	2	2	2	6

Ein gefälschter „Würfel“ wurde nicht ganz würfelförmig hergestellt, so dass er die Augenzahlen 1 und 6 je mit Wahrscheinlichkeit $\frac{1}{4}$ und die Augenzahlen 2, 3, 4, 5 je mit Wahrscheinlichkeit $\frac{1}{8}$ zeigt.

- Wie oft muss man den gefälschten Würfel werfen, dass dabei mit mindestens 90%-iger Wahrscheinlichkeit mindestens einmal Augenzahl 2 erscheint?
- Man wirft gleichzeitig den gefälschten und einen echten Würfel. Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass die gewürfelte Augensumme kleiner als 6 ist.
- Nun hat jemand zufällig zwischen dem gefälschten und einem echten Würfel gewählt und den Würfel fünf Mal geworfen. Dabei ist bei den fünf Würfeln weder Augenzahl 1 noch Augenzahl 6 erschienen. Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, dass mit dem echten Würfel gewürfelt wurde?

	a	b	c	Punkte
Aufgabe 5: Stochastik	4	2	3	9

Für einen Billigflug kann eine Agentur, die Flugtickets verkauft, 35 Plätze für CHF 300.- anbieten. Alle diese angebotenen Plätze werden online gebucht und bezahlt. Allerdings weiss man aus Erfahrung, dass 20% der gebuchten Reservierungen vor dem Flug abgesagt (storniert) werden, ohne dass die Kunden das Geld zurückerhalten. Die Agentur kann dann diese Plätze als „Last-Minute-Angebot“ für CHF 250.- nochmals verkaufen. Für die Agentur ist darum die Frage wichtig, wie viele Plätze jeweils storniert werden. Es gelte für jeden gebuchten Platz die Wahrscheinlichkeit 20% für eine Stornierung.

- Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass
 - genau 7 Plätze,
 - höchstens 5 Plätze,
 - mindestens 6 Plätze storniert werden.
- Wie gross ist der Erwartungswert für die Einnahmen der Agentur bei diesem Flug, wenn angenommen wird, dass alle stornierten Plätze nochmals verkauft werden können?

Es ist üblich, dass Anbieter von Billigflügen die Flüge überbuchen, das heisst, mehr Plätze verkaufen als tatsächlich zur Verfügung stehen. Für diesen Flug ist es so, dass die Agentur für die 35 zur Verfügung stehenden Plätze 40 Tickets verkauft. Falls es zum Überbuchungsfall kommt, also wenn mehr als 35 Personen den Flug antreten wollen, muss die Agentur jedem überzähligen Kunden eine Entschädigung von CHF 800.- bezahlen.

- Berechnen Sie den Erwartungswert der Zusatzkosten, mit denen die Agentur bei diesem Flug für Entschädigungen wegen Überbuchung zu rechnen hat.