

Schriftliche Maturitätsprüfung 2018

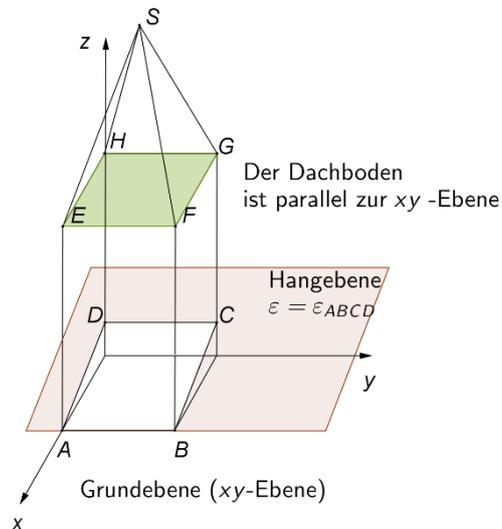
Fach	Mathematik Grundlagenfach
Prüfende Lehrperson	Simon Wehrle <span style="float: right;">simon.wehrle@edulu.ch</span>
Klassen	6f
Prüfungsdatum	25. Mai 2018
Prüfungsdauer	3 Stunden
Erlaubte Hilfsmittel	„Formeln, Tabellen, Begriffe“, DMK, DPK, DCK (2009) Taschenrechner TI-30, Voyage 200 ohne Handbuch
Anweisungen zur Lösung der Prüfung	<p>Es wird Wert auf eine saubere Darstellung gelegt. Jede Aufgabe soll auf einem neuen Bogen begonnen werden und muss einen vollständigen und nachvollziehbaren Lösungsweg enthalten.</p> <p>Beschriften Sie jeden Bogen mit Ihrem Namen und der Ihnen zugeteilten Nummer!</p>
Anzahl erreichbarer Punkte	<p>Aufgabe 1: 12.5          Aufgabe 2: 11          Aufgabe 3: 12  <u>Aufgabe 4: 12.5</u>  <b>Total: 48</b></p> <p>Die Note 6 wird für 43 Punkte erteilt.</p>
Anzahl Seiten (inkl. Titelblatt)	5

.....  
Name, Vorname

.....  
Klasse

.....  
Nummer

Aufgabe 1 Vektorgeometrie	a	b	c	d	e	f	Punkte
	1.5	1.5	1.5	2	3	3	12.5



Auf einer schiefen Ebene einer Bergwiese steht ein Kirchturm mit einer geraden quadratischen Pyramide als Dach. Für die Koordinaten (s. Abbildung) gilt:  $A(10|0|0)$ ,  $B(10|10|0)$ ,  $C(0|10|2)$ ,  $E(10|0|20)$  und  $S(5|5|30)$ .

- Bestimmen Sie eine Parameter- und eine Koordinatengleichung der Hangebene  $\varepsilon$ .
- Bestimmen Sie den Neigungswinkel der Hangebene  $\varepsilon$  (gegenüber der  $xy$ -Ebene).

- Zu einer gewissen Tageszeit fällt Sonnenlicht in Richtung  $\vec{v} = \begin{pmatrix} -4 \\ 1 \\ -5 \end{pmatrix}$  auf den Turm.

Von der Turmspitze  $S$  fällt dann ein Schatten auf den Hang.

Bestimmen Sie die Koordinaten des Schattenpunktes  $S'$  auf dem Hang.

- Berechnen Sie den Winkel zwischen der Dachkante  $ES$  und dem Dachboden.
- Pünten  $P(215|-72|70)$  und Quanten  $Q(-225|148|4)$  sind Bauernhöfe in der Umgebung der Kirche. Es gibt einen geradlinigen Weg von  $P$  nach  $Q$ . Welcher Punkt  $T$  auf diesem geradlinigen Weg liegt am nächsten zur Turmspitze?
- Welcher Punkt  $R$  im Innern des Dachraumes hat von den 5 Punkten  $E$ ,  $F$ ,  $G$ ,  $H$  und  $S$  den gleichen Abstand? Bestimmen Sie auch diesen Abstand.

<b>Aufgabe 2</b>	a	b	c	<b>Punkte</b>
<b>Analysis</b>	5.5	3.5	2	11

Gegeben ist:  $f(x) = \frac{x^3 - 8x^2 + 20x}{2x^2 - 8x + 8}$ .

- Diskutieren Sie die Funktion  $f(x)$  (Definitionsbereich, Asymptoten, Nullstellen, Extrema, Wendepunkte) und zeichnen Sie den Graphen von  $f(x)$  und alle Asymptoten.  
*Einheit: 2 Häuschen oder 1 cm.*
- Berechnen Sie den Flächeninhalt des Gebietes, das von der Tangente  $t$  an den Graphen von  $f(x)$  im Punkt  $P(4 | f(4))$ , der positiven  $x$ -Achse und dem Graphen von  $f(x)$  begrenzt wird.
- Die Gerade  $\ell: y = \frac{1}{2}x - 2$ , der Graph von  $f(x)$  und die beiden vertikalen Linien  $x = 3$  und  $x = b$ ,  $b > 3$  begrenzen ein Gebiet. Drücken Sie seinen Flächeninhalt durch  $b$  aus. Bestimmen Sie den Flächeninhalt des Gebietes für  $b \rightarrow \infty$ , falls er endlich ist.

Aufgabe 3	a	b	c	d	e	f	g <sub>1</sub>	g <sub>2</sub>	Punkte
Analysis	0.5	1	2	1	1.5	1.5	2	2.5	12

Gegeben ist:  $f(x) = (x-a) \cdot \sqrt{b-x}$  mit  $a, b \in \mathbb{R}$ .

- Bestimmen Sie den Definitionsbereich von  $f(x)$ .
- Geben Sie die Bedingungen für  $a$  und  $b$  an, unter denen  $f(x)$  zwei verschiedene Nullstellen hat. Unter welchen Voraussetzungen hat  $f(x)$  nur eine Nullstelle?
- Bestimmen Sie die Werte von  $a$  und  $b$ , für die  $f(x)$  den Hochpunkt  $H(4|2)$  hat.

Im Folgenden ist  $a=0$  und  $b=3$ , d. h.  $f(x) = x \cdot \sqrt{3-x}$ .

- Zeigen Sie, dass  $f(x)$  keinen Wendepunkt hat.
- Berechnen Sie den Schnittwinkel zwischen dem Graphen von  $f(x)$  und der  $x$ -Achse im Koordinatenursprung.
- Der Graph von  $f(x)$  rotiert zwischen seinen beiden Nullstellen um die  $x$ -Achse und erzeugt so einen Rotationskörper. Berechnen Sie das Volumen dieses Körpers.
- Die Gerade  $\ell_1$  mit positiver Steigung geht durch den Koordinatenursprung  $O$  und schneidet den Graphen von  $f(x)$  im Punkt  $Q(u|f(u))$ , der im 1. Quadranten liegt. Die Gerade  $\ell_2$  geht ebenfalls durch  $Q$  und steht senkrecht auf  $\ell_1$ . Sie schneidet die  $x$ -Achse im Punkt  $R$ .
  - Geben Sie die Gleichungen der Geraden  $\ell_1$  und  $\ell_2$  in Abhängigkeit von  $u$  an.
  - Berechnen Sie die Koordinaten von  $Q$ , für die die Hypotenuse im rechtwinkligen Dreieck  $ORQ$  maximale Länge hat.

<b>Aufgabe 4</b> <b>Wahrscheinlichkeitsrechnung</b>	a	b <sub>1</sub>	b <sub>2</sub>	b <sub>3</sub>	c	<b>Punkte</b>
	0.5	0.5	1	1.5	1	
	d <sub>1</sub>	d <sub>2</sub>	e	f	g	12.5
	1	2	2	1.5	1.5	

*Pass* ist ein Spiel, in welchem mit einem fairen Würfel gegen eine Bank gespielt wird. Um zu spielen, leisten Sie einen Einsatz von 20 Franken.

- Sie eröffnen das Spiel, indem Sie den Würfel werfen. Die gewürfelte Zahl wird notiert.
  - Nächster Wurf: Würfeln Sie eine Zahl, die schon notiert ist, ist das Spiel zu Ende, andernfalls wird auch die neue Zahl notiert. Sie erhalten 10 Franken und dürfen weiter würfeln.
  - Solange Sie eine neue Zahl werfen, erhalten Sie jeweils 10 Franken, und fahren mit dem Würfeln fort. Sobald Sie eine bereits notierte Zahl werfen, ist das Spiel zu Ende.
- a. Wie viele verschiedene Spielausgänge ( $A_1$ : Maximalgewinn, ...,  $A_n$ : Maximalverlust) sind in einem Spiel *Pass* möglich?
- b. Sie spielen fünf Runden und schreiben die Spielausgänge auf, z.B.  $A_4A_3A_4A_2A_1$ . Wie viele Anordnungen sind möglich, wenn
- b1. es keine Einschränkungen gibt?
- b2. mindestens einmal der Maximalgewinn erzielt wird?
- b3. es genau zwei verschiedene Spielausgänge gibt (z.B.  $A_4A_2A_2A_4A_4$  oder  $A_1A_3A_3A_3A_3$ )?
- c. Zeigen Sie, dass die Wahrscheinlichkeit, den Maximalgewinn in einer Runde *Pass* zu erzielen,  $\frac{5}{324}$  beträgt.
- d. Mit welcher Wahrscheinlichkeit erhalten Sie
- d1. in 5 Runden nie den Maximalgewinn?
- d2. in 5 Runden ein oder zwei Mal den Maximalgewinn?
- e. Wie viele Runden müssen Sie mindestens spielen, um den Maximalgewinn mit einer Wahrscheinlichkeit von mindestens 95% mindestens einmal zu erzielen?
- f. Mit welcher Wahrscheinlichkeit gewinnen Sie Geld, wenn Sie eine Runde *Pass* spielen?
- g. Wie gross ist Ihr erwarteter Gewinn oder Verlust für eine Runde *Pass*?