

Schriftliche Maturitätsprüfung 2018

| | |
|------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Fach | Grundlagenfach Mathematik |
| Prüfende Lehrpersonen | Martine Aeschlimann martine.aeschlimann@edulu.ch Teodora Mitkova teodora.mitkova@edulu.ch Stefan Müller stefan.mueller@edulu.ch Edoardo Sassone edoardo.sassone@edulu.ch |
| Klassen | 6b, 6g, 6h, 7s |
| Prüfungsdatum | 25.05.2018 |
| Prüfungsdauer | 180 Minuten |
| Erlaubte Hilfsmittel | <ul style="list-style-type: none"> - Formelsammlung „Formeln, Tabellen, Begriffe“ - Taschenrechner: TI-Voyage200 (ohne Handbuch), zusätzlich ein Rechner vom Typ TI-30 |
| Anweisungen zur Lösung der Prüfung | <ul style="list-style-type: none"> - Es wird Wert auf eine saubere Darstellung gelegt. - Jede Aufgabe soll einen vollständigen und nachvollziehbaren Lösungsweg enthalten. - Jede Aufgabe soll auf einem neuen Bogen begonnen werden. - Jeder Bogen ist mit dem Namen zu beschriften. |
| Anzahl erreichbarer Punkte | Aufgabe 1: 10 Aufgabe 2: 5 Aufgabe 3: 5 Aufgabe 4: 10 <u>Aufgabe 5: 10</u> Total: 40 Für die Note 6 werden mindestens 36 Punkte benötigt. |
| Anzahl Seiten (inkl. Titelblatt) | 5 |

.....
Name, Vorname

.....
Klasse

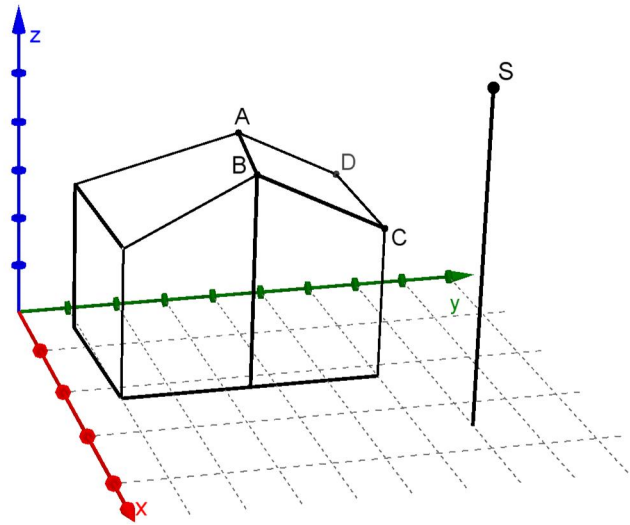
.....
Nummer

| Aufgabe 1 [Vektorgeometrie] | a | b | c | d | e | Punkte |
|------------------------------|-----|---|-----|-----|-----|--------|
| | 1.5 | 2 | 1.5 | 2.5 | 2.5 | 10 |

Die Graphik stellt ein modernes Haus mit unregelmässigem Giebeldach dar. Eine grosse Tanne wirft ihren Schatten auf die Ostseite dieses Hauses.

Die östliche Dachseite ist durch die Punkte $A(3/8/8)$, $B(9/7/\frac{17}{2})$, $C(9/12/6)$ und D gegeben, die Spitze der Tanne durch den Punkt $S(14/14/13)$. Mitte Oktober um 10 Uhr haben die Sonnenstrahlen die Richtung

$$\vec{r} = 4\vec{e}_1 - \vec{e}_2 - 3\vec{e}_3$$



- Bestimmen Sie die Koordinatengleichung der Ebene E durch die östliche Dachseite.
- Welchen Punkt dieser Ebene wird vom Schatten der Tannenspitze Mitte Oktober um 10 Uhr getroffen?
- Unter welchem Winkel treffen die Sonnenstrahlen die östliche Dachseite?
- Berechnen Sie den Abstand zwischen der Tannenspitze und der Ebene E .
- Welche Koordinaten muss der Punkt D haben, damit die östliche Dachseite die Form eines Trapezes mit den parallelen Seiten BC und AD und zwei rechten Winkeln hat?

Aufgabe 2 [Analysis]**Punkte
5**

Bestimmen Sie die Funktionsgleichung einer ganzrationalen Funktion f vierten Grades, die folgende Eigenschaften besitzen soll:

- Der Graph von f geht durch die Punkte $A\left(-3\left|-\frac{9}{4}\right.\right)$ und $B(-6|0)$.
- Im Punkt A wechselt der Graph von einer Links- in eine Rechtskurve.
- Die Tangente an den Graphen in A schneidet den Graphen noch in $C\left(3\left|\frac{27}{4}\right.\right)$.

Aufgabe 3 [Analysis]

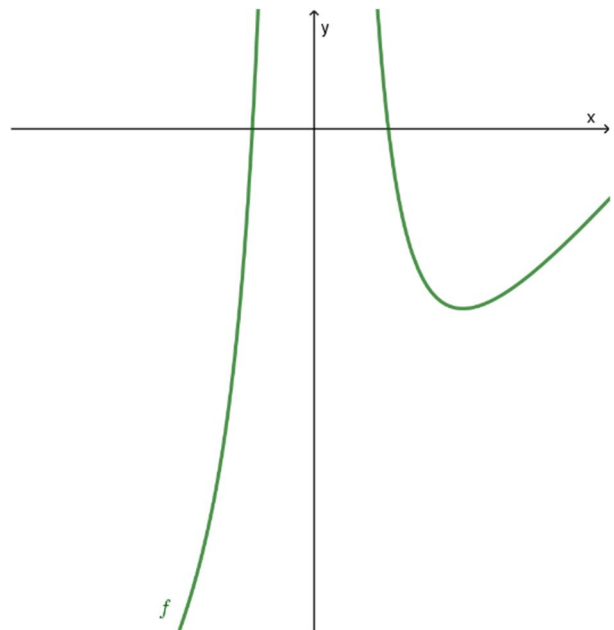
| a | b | c | Punkte |
|-----|---|-----|----------|
| 1.5 | 2 | 1.5 | 5 |

Betrachten Sie die Funktion

$$f: \mathbb{R} \setminus \{0\} \rightarrow \mathbb{R}, \quad f: x \mapsto f(x) = \frac{2x^3 - 5x^2 + 1}{x^2},$$

deren Graph rechts gezeichnet ist:

- Bestimmen Sie die Koordinaten des Tiefpunkts der Kurve.
- Berechnen Sie den Flächeninhalt A der Fläche, welche der Graph von f und die x -Achse einschliessen.
- Bestimmen Sie die Gleichungen aller Asymptoten des Graphen.



| | a | b | c | d | e | f | Punkte |
|-----------------------------|---|---|---|-----|---|-----|-----------|
| Aufgabe 4 [Analysis] | 1 | 2 | 2 | 1.5 | 1 | 2.5 | 10 |

Gegeben ist die Funktion $f : y = f(x) = \frac{1}{8}(x+3)\sqrt{16-2x}$, $-3 \leq x \leq 8$.

- Der Graph der Funktion f bildet, zusammen mit seinem Spiegelbild, eine zur x -Achse symmetrische Figur F . Zeichnen Sie diese Figur F in einem Koordinatensystem ein.
- Berechnen Sie den Winkel α der Figur bei ihrer Spitze $S(-3/0)$.
- Berechnen Sie die grösste Breite b_{\max} (parallel zur y -Achse gemessen) der Figur.
- Berechnen Sie die Gesamtfläche A der Figur.
- Berechnen Sie das Volumen V des Rotationskörpers, der bei der Rotation des Graphen von f um die x -Achse entsteht.
- P sei ein Punkt des Graphen von f , P' sein Bildpunkt bei Spiegelung an der x -Achse. Die Punkte P , P' und $R(8/0)$ bilden ein gleichschenkliges Dreieck, welches bei Rotation um die x -Achse einen Kegel erzeugt. Bestimmen Sie die Höhe h und den Grundkreisradius r eines solchen Kegels mit maximalem Volumen V_K .

| | a | b | c | d | e | f | Punkte |
|-------------------------------------------------|---|---|---|---|---|---|-----------|
| Aufgabe 5 [Wahrscheinlichkeitsrechnung] | 1 | 1 | 1 | 1 | 2 | 4 | 10 |

Auf einem Tisch liegen 6, nur in ihrer Farbe unterscheidbare Kugeln, von denen eine rot, zwei weiss und drei blau sind.

- Wie viele Möglichkeiten der Anordnung aller Kugeln in einer Reihe gibt es?
- Wie viele Möglichkeiten der Anordnung gibt es, wenn die weissen Kugeln nebeneinander liegen müssen?

Alle Kugeln werden nun in eine Urne gelegt.

- Der Urne werden *mit* Zurücklegen drei Kugeln entnommen. Mit welcher Wahrscheinlichkeit werden zwei weisse Kugeln und eine blaue Kugel gezogen?
- Der Urne werden *mit* Zurücklegen zehn Kugeln entnommen. Mit welcher Wahrscheinlichkeit werden dabei mindestens zwei rote Kugeln gezogen?
- Der Urne werden *ohne* Zurücklegen drei Kugeln entnommen.
 - Mit welcher Wahrscheinlichkeit werden dabei mindestens zwei blaue Kugeln gezogen?
 - Mit welcher Wahrscheinlichkeit sind danach noch alle Farben in der Urne vertreten?
- Ein Spiel wird angeboten. Aus der Urne werden *ohne* Zurücklegen zwei Kugeln entnommen. Sind beide weiss, erhält der Spieler 16 Fr. Ist eine Kugel weiss und eine rot, erhält der Spieler 4 Fr. In allen anderen Fällen muss der Spieler $z = 3$ Fr. bezahlen. Zeigen Sie, dass das Spiel unfair ist. Wie muss die Zahlungsverpflichtung z des Spielers geändert werden, um das Spiel fair zu gestalten?