Kurzlösungen — Resultate

Aufgabe 1 Kurzlösung [Vektorgeometrie]

a)

$$g:\ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1.5 \\ 0.5 \\ 0.8 \end{pmatrix} + t\begin{pmatrix} 6.5 \\ 4 \\ 0.2 \end{pmatrix}$$

b) Ebene der Tür: $E_1:\ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + r\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + s\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$

$$\cos^{-1}\left(\frac{6.5}{\sqrt{58.29}\cdot 1}\right) \approx \cos^{-1}(0.85137) \approx 31.64° \approx 31°37'$$

ALTERNATIV MIT g_1:

$$\cos^{-1}\left(\frac{3.3}{\sqrt{29.45}\cdot 1}\right) \approx \cos^{-1}(0.654) \approx 52.55° \approx 52°33'$$

c)

$$N\left(\frac{349}{42}\middle|\frac{197}{42}\middle|\frac{106}{105}\right) \approx (8.31|4.69|\ 1.01)$$

ALTERNATIV MIT g_1 und E_2

$$N\left(\frac{2341}{365}\middle|\frac{2494}{365}\middle|\frac{1239}{365}\right) \approx (6.41|\ 6.59|\ 3.39)$$

ALTERNATIV MIT g_1 und F

$N(9.27|10.04|\ 4.78)$

ALTERNATIV MIT g und F

$N \approx (6.8|3.76|\ 0.96)$

Aufgabe 2 Kurzlösung [Analysis]

a)

$$f(0) = 4e^0 = 4 \quad \Rightarrow \quad \underline{\underline{Y(0/4)}}$$

$$f(x) = (2x+4)\underbrace{e^{-\frac{x}{2}}}_{>0} = 0 \quad \Rightarrow \quad x = -2 \quad \Rightarrow \quad \underline{\underline{X(-2/0)}}$$

b)

$$A = \int_0^{\infty} f(x)\,dx = \underline{\underline{16}}$$

c)

$$V = \pi \int_{-2}^{8} f^2(x)\,dx = \underline{\underline{8\pi\left(e^2 - \frac{61}{e^8}\right) \approx 185.19}}$$

d)

$$\underline{\underline{C(7/0)}}$$

e)

$$\underline{\underline{T_1\left(-4/-4e^2\right) \approx T_1(-4/29.6), \quad T_2\left(-1/2\sqrt{e}\right) \approx T_2(-1/3.3)}}$$

f)

$$\underline{\underline{P\left(2/\frac{8}{e}\right) \approx P(2/2.9)}}$$

Aufgabe 3 Kurzlösung [Analysis]

$$\Rightarrow \quad f(x) = 3x^4 - 6x^3 - 21x^2 + 60x - 36$$

Aufgabe 4 Kurzlösung [Stochastik]

$E(G) = -\frac{10}{7} \approx -1.43$

$E(G) = \frac{10}{7} \approx 1.43$

Spiel 2 muss gewählt werden!

Aufgabe 5 Kurzlösung [Stochastik]

a) 24024

b) 2400

c) $125'536'739'328'000 \approx 125 \cdot 10^{12}$

Aufgabe 6 Kurzlösung [Stochastik]

a) $\frac{12}{125}$

b) Nach 12 Spielen

c) $P = \frac{248261}{253125} \approx 0.981$

Kurzlösungen — Resultate

Aufgabe 1 Kurzlösung [Vektorgeometrie]

a) S(-1|-5|-2), $\alpha = 63.43°$
b) *E*: *x* – 2*y* – 2*z* = 13
c) $\begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix} \bullet \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ -2 \end{pmatrix} = 2-4+2=0 \Leftrightarrow \overrightarrow{CL} \perp g \Leftrightarrow \text{kleinsten Abstand}$, $|\overrightarrow{CL}| = \sqrt{1+4+4} = 3$
d) $\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ -3 \\ -3 \end{pmatrix} + u\begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix} + v\begin{pmatrix} 1 \\ 4 \\ 1 \end{pmatrix}$
e) $\overrightarrow{GL} \cdot \overrightarrow{CL} = \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ -2 \end{pmatrix} = 0$ also das Dreieck *GCL* ist rechtwinklig;

Fläche Dreieck *GLC*: $A = \frac{\sqrt{4+4+1}\sqrt{1+4+4}}{2} = \frac{9}{2}$, *H* über Dreieck *GCL*: $h_H = \frac{3.36}{\frac{9}{2}} = 3.8 = 24$

Aufgabe 2 Kurzlösung [Analysis]

a) $\mathbb{D}_f = \mathbb{R} \setminus \{-5, 3\}$; senkrechte Asymptoten mit den Gleichungen $x = -5$ und $x = 3$

$\lim\limits_{x\to\pm\infty} f_(x) = \lim\limits_{x\to\pm\infty} \frac{(2x-8)^2}{x^2+2x-15} = 4$, waagerechte Asymptote mit der Gleichung $y = 4$

b)
$$f'(x) = \frac{(8x-32)(x^2+2x-15)-(2x+2)(4x^2-32x+64)}{(x^2+2x-15)^2}$$
$$= \frac{40x^2-248x+352}{(x^2+2x-15)^2} = \frac{8(5x-11)(x-4)}{(x^2+2x-15)^2}$$

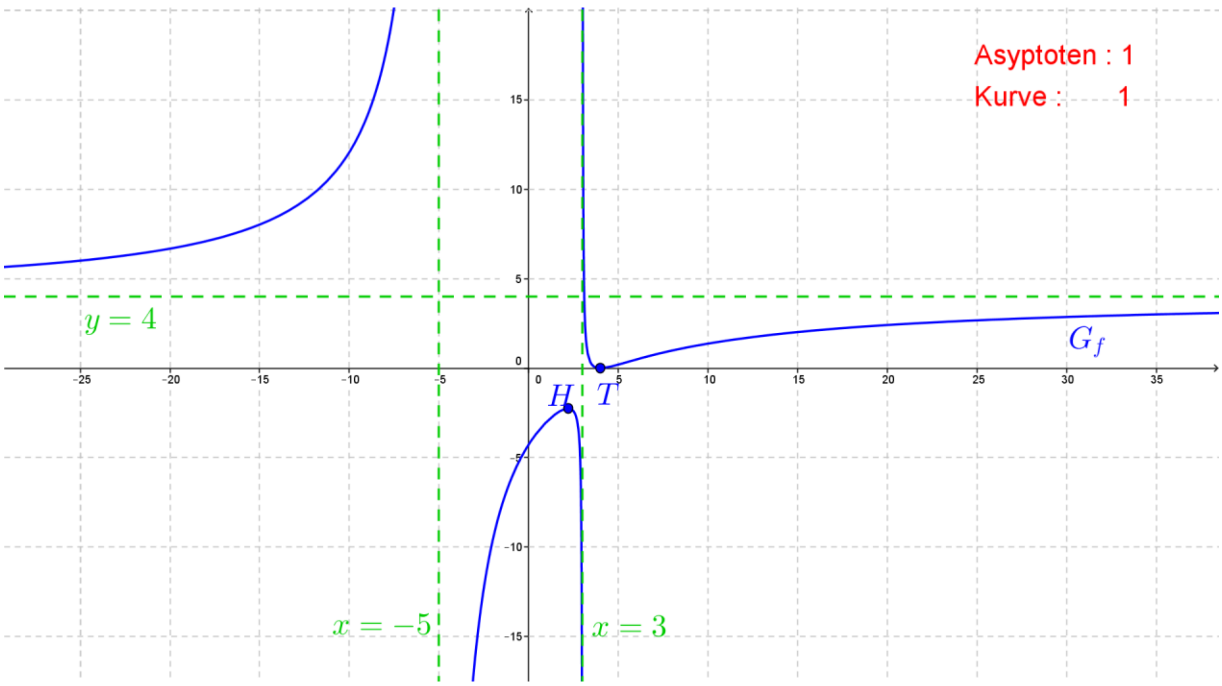
c) Für $f'(x) = 0 \Rightarrow x = \frac{11}{5} \quad \text{oder} \quad x = 4$

$f'(x) > 0 \Rightarrow x \in (-\infty,-5) \cup \left(-5, \frac{11}{5}\right) \cup (4,+\infty)$ und somit ist die Funktion f streng monoton steigend.

$f'(x) < 0 \Rightarrow x \in \left(\frac{11}{5}, 3\right) \cup (3,4)$ und somit ist die Funktion f streng monoton fallend.

Tiefpunkt $T(4 \mid 0)$, Hochpunkt $H\left(\frac{11}{5} = 2.2 \mid -\frac{9}{4} = -2.25\right)$

d)



e) $y_N = -4x + \frac{115}{4}$

f) $f_k'(-4) = m = 42 \;\Leftrightarrow\; \frac{8(k+2)(19k+24)}{49} = 42 \Leftrightarrow\; k_1 \approx -5.33\,,\; k_2 \approx 2.07$

Aufgabe 3 Kurzlösung [Analysis]

a) $f_t(0) = e^{-0\cdot t} = 1 \Rightarrow P(0|1)$

$f_t(x) = e^{-xt}$ umso grösser t desto steiler fällt der Graph von f_t und desto kleiner ist die Flächeninhalt $A(t)$.

b) $F_t(x) = -\frac{e^{-xt}}{t} + c\,,\; A(t) = \int_0^\infty f_t(x)dx = \left[-\frac{e^{-xt}}{t}\right] = 0 - (-\frac{e^0}{t}) = \frac{1}{t}$

c) $B(t) = \int_0^t f_t(x)dx = \left[-\frac{e^{-xt}}{t}\right] = -\frac{e^{-t^2}}{t}) - (-\frac{1}{t}) = \frac{1}{t}(1 - e^{-t^2})$

d) $t_1 \approx -1.121 \;\; t_2 \approx 1.121$, Maximum $(t\,|\,B(t))$ also $M(1.121\,|\,0.638)$

Aufgabe 4 Kurzlösung [Stochastik]

a) Möglich sind $1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 = 4! = 24$ verschiedene Anordnungen der vier Stapel.

b) Die Stapel *Reisen* und *Musik* können die Plätze 1 und 3 *oder* 1 und 4 *oder* 2 und 4 belegen und damit gibt es 3 Möglichkeiten. Zusätzlich können die Stapel *Reisen* und *Musik* ihre Plätze vertauschen und damit sind $3 \cdot 2 = 6$ unterschiedliche Anordnungen für die Stapel Reisen und Musik möglich.
Es gibt 2 Möglichkeiten die beiden anderen Stapel zu verteilen.
Insgesamt sind $6 \cdot 2 = 12$ unterschiedliche Anordnungen möglich, wenn der Stapel *Reisen* nicht neben dem Stapel *Musik* liegen darf.

c) $P(E_1) = 0.55^5 \approx 0.05033$

$P(E_2) = 1 - P(\text{"kein Preis aus dem Bereich } \textit{Musik}\text{"}) = 1 - 0.9^5 \approx 0.4095$

$$P(E_3) = P(\text{"2 Preise aus dem Bereich Sport"}) + P(\text{"3 Preise aus dem Bereich Sport"}) + P(\text{"4 Preise aus dem Bereich Sport"})$$

$$= \binom{5}{2} \cdot 0.2^2 \cdot 0.8^3 + \binom{5}{3} \cdot 0.2^3 \cdot 0.8^2 + \binom{5}{4} \cdot 0.2^4 \cdot 0.8 \approx 0.262$$

d) In den entnommenen 60 Briefen sind $60 \cdot 0.1 = 6$ Briefe zum Thema *Musik* zu erwarten.

$P(\text{"mindestens 3 aber höchstens 8 Briefe zum Thema } \textit{Sport} \text{ in den 60 Briefen"})$

$$= \sum_{k=3}^{6} \binom{60}{k} 0.1^k \cdot 0.9^{60-k}$$

$$= \binom{60}{3} 0.1^3 \cdot 0.9^{57} + \binom{60}{4} 0.1^4 \cdot 0.9^{56} + \binom{60}{5} 0.1^5 \cdot 0.9^{55} + \binom{60}{6} 0.1^6 \cdot 0.9^{54}$$

$$\approx 0.5534$$

e) $P(\text{"mindestens eine Zuschrift zum Thema } \textit{Musik} \text{ in n Briefen"})$

$$= 1 - P(\text{"keine Zuschrift zum Thema } \textit{Musik} \text{ in n Briefen"}) = 1 - 0.9^n > 0.95$$

$$\Leftrightarrow \ 0.9^n < 0.05 \ \Leftrightarrow \ n > \frac{\ln 0.05}{\ln 0.9} \approx 28.43$$

Also müsste der Zeitschriftenredakteur mindesten 29 Briefe ($n \geq 29$) der eingegangenen Post entnehmen.

Kurzlösungen — Resultate

Aufgabe 1 Kurzlösung [Vektorgeometrie]

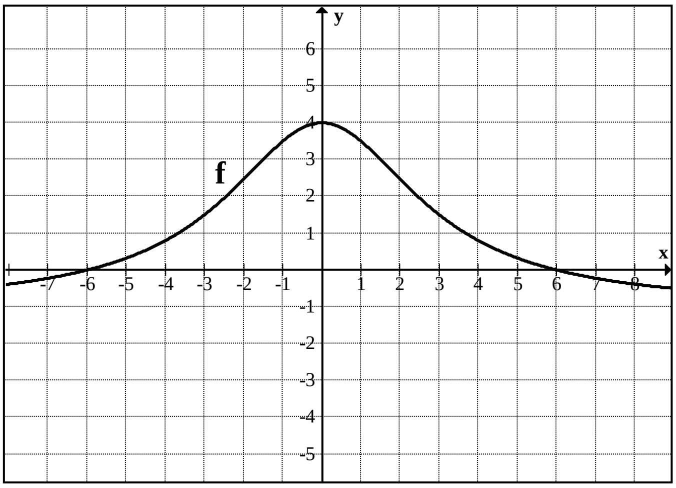
a) $\overline{DE} = \sqrt{12} \approx 3.46$
b) Nachweis
c) $\alpha \approx 47.97°$
d) $P(11|-2|0)$
e) $P(4.\overline{3}\,|\,4.\overline{6}\,|\,6.\overline{6})$
f) $T(5|10|3)$ und $F(5|10|0)$
g) $X(7.8|2.6|1.8)$

Aufgabe 2 Kurzlösung [Analysis]

a) Ableitungen $f'(x) = \dfrac{-90x}{\left(x^2+9\right)^2}$, $f''(x) = \dfrac{270\left(x^2-3\right)}{\left(x^2+9\right)^3}$, $f'''(x) = \dfrac{-1080x\left(x^2-9\right)}{\left(x^2+9\right)^4}$

Definitionsbereich: $\mathbb{R}$,
symmetrisch zur y-Achse,
Nullstellen: $N_1\left(-6/0\right), N_2\left(6/0\right)$
Extremum: $H\left(0/4\right)$ Wendepunkte:
$W_1\left(-\sqrt{3}/2.75\right)$, $W_2\left(\sqrt{3}/2.75\right)$

Horizontale Asymptote: $y=-1$
Graph (siehe rechts)



b) $F \approx 4.17$
c) $F \approx 13.29$
d) Das Dreieck PQR nimmt für $k = \dfrac{3}{2}$ den grösstmöglichen Flächeninhalt an.
e) $P(0.23/3.97)$

Aufgabe 3 Kurzlösung [Analysis]

a) $f(x) = \dfrac{3}{8}x^3 - 3x^2 + 6x$
b_1) $V \approx 18.99$
b_2) $b = 5$

Aufgabe 4 Kurzlösung [Wahrscheinlichkeit]

a) 14!
b) $\frac{1}{7}$
c) 3003
d_1) 39.27%
d_2) 16.83%
d_3) 4.63%
e) 5 Nächte
f) $\frac{3}{4}$)
g) 2.5 Punkte

Kurzlösungen — Resultate

Aufgabe 1 Kurzlösung [Vektorgeometrie]

a) $E: -4x+3y+10z-100=0$
b) 21% Steigung
c) Schneevolumen: $V=50000\sqrt{5}\approx 111803$ m²
d) d1) Verunfallter im Punkt $V(1/-2/11)$
   d2) Abstand: 111.8 m

Aufgabe 2 Kurzlösung [Analysis]

a) $F(a,b)=\int_a^b \frac{8}{x^2}dx=\frac{8}{a}-\frac{8}{b}$
   Der Grenzwert von $F(a,b)$ existiert nicht, falls $a\to\infty$. Die Fläche kann somit nicht mit endlich viel Farbe bemalt werden.
b) $B(2\sqrt{2}/0), C(2\sqrt{2}/1)$ Rechteck!
c) Punkt auf dem Graphen sei $P(u/\frac{8}{u^2})$. Soll minimalen Abstand von 0 haben.
   Gesuchte Gleichung: $u^6-128=0$. Somit: $P(2^{\frac{7}{6}}/2^{\frac{2}{3}})$.
d) f und p_k berühren sich stets in den Punkten $P_1(-\frac{4}{\sqrt{k}}/\frac{k}{2})$ und $P_2(\frac{4}{\sqrt{k}}/\frac{k}{2})$.

Aufgabe 3 Kurzlösung [Analysis]

a) zu zeigen sind:
   • Hochpunkt bei $x=2$
   • $f(2)=\frac{25}{16}$
   • Kein weiterer Punkt auf dem Graphen von f ist nördlicher
b) Wendepunkte: $W_{1,2}(\pm\frac{2\sqrt{3}}{2}/\frac{161}{144})$
c) Wanderer erblickt Felsen im Punkt $B(-2.2/1.5184)$.
d) Fläche Badesee: $A=\int_{-\sqrt{6}}^{\sqrt{6}}(d(x)-f(x))dx\approx 5.88$
e) Länge der Kette: 361 m

Aufgabe 4 Kurzlösung [Wahrscheinlichkeit]

a) $P(X\geq 45)\approx 0.023$
b) Gasparin muss mit 4 Strafrunden rechnen.
c) Der Einsatz muss 3 Fr. betragen.
d) Mit 76.7% Wahrscheinlichkeit hat sich der Wind störend bemerkbar gemacht.

Aufgabe 5 Kurzlösung [Kapitalrechnung]

a) Kapital nach 25 Jahren: 8159.06 Reichstaler
b) $n \approx 119.1$ Jahre