KANTON
LUZERN
Bildungs- und Kulturdepartement

Kantonsschule Alpenquai Luzern

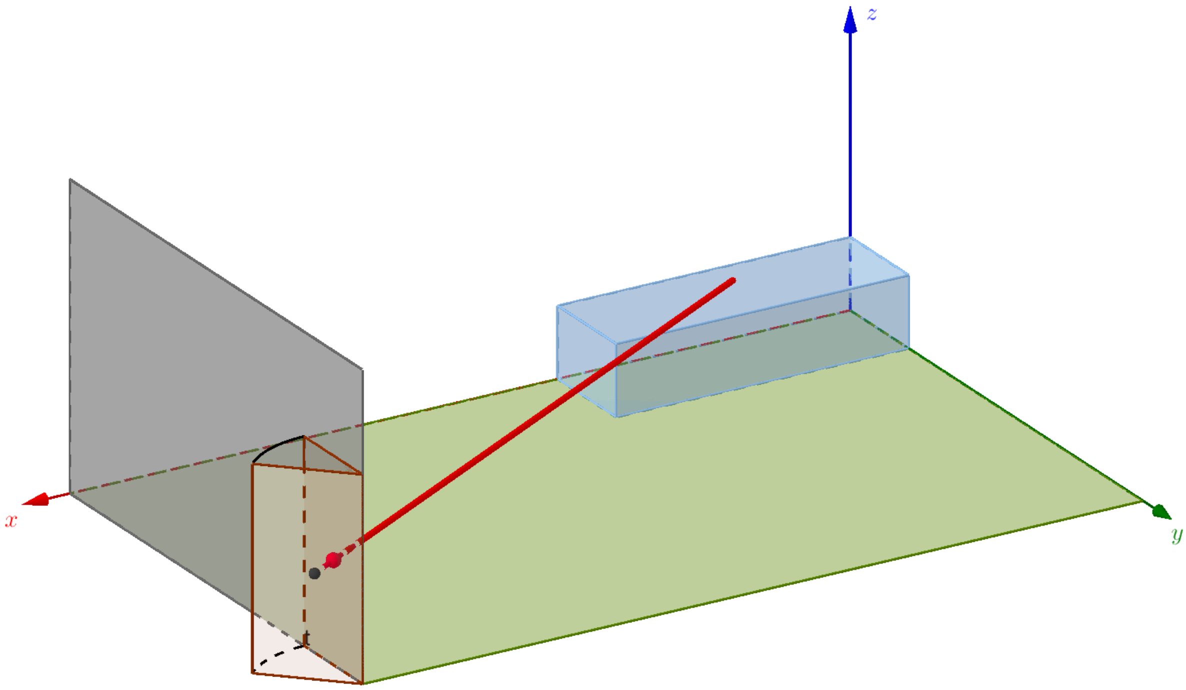
Schriftliche Maturitätsprüfung 2017

Fach	Grundlagenfach Mathematik
Prüfende Lehrpersonen	Hess Patrik patrik.hess@edulu.ch Müller Stefan stefan.mueller@edulu.ch Sassone Edoardo edoardo.sassone@edulu.ch
Klassen	6f, 6h, 6k, 7s
Prüfungsdatum	Freitag, 19. Mai 2017
Prüfungsdauer	180 Minuten
Erlaubte Hilfsmittel	- Formelsammlung „Formeln, Tabellen, Begriffe“ - Taschenrechner: TI-Voyage200 (ohne Handbuch), zusätzlich ein Rechner vom Typ TI-30
Anweisungen zur Lösung der Prüfung	- Es wird Wert auf eine saubere Darstellung gelegt. - Jede Aufgabe soll einen vollständigen und nachvollziehbaren Lösungsweg enthalten. - Jede Aufgabe soll auf einem neuen Bogen begonnen werden. - Jeder Bogen ist mit dem Namen zu beschriften.
Anzahl erreichbarer Punkte	Aufgabe 1: 10 Aufgabe 2: 12 Aufgabe 3: 5 Aufgabe 4: 5 Aufgabe 5: 3 Aufgabe 6: 5 Total: 40 Für die Note 6 werden mindestens 37 Punkte benötigt.
Anzahl Seiten (inkl. Titelblatt)	5

	a	b	c	Punkte
Aufgabe 1 [Vektorgeometrie]	2	4	4	**10**

In einem Physiklabor (Länge: 8 m; Breite: 5 m, Höhe: 3 m) liegt ein eingeschalteter Laser auf dem Arbeitstisch (Länge: 3 m; Breite: 1 m, Höhe: 0.7 m), wie in der Figur unten abgebildet.

Der Laser ist in der Mitte des Tisches fixiert, sein Strahl verlässt 10cm über der Tischoberfläche den Laser und trifft die Tür (Breite: 1 m, Höhe: 2 m) genau in der Mitte, wenn sie geschlossen ist. Bei den folgenden Aufgaben sind die Resultate auf zwei Nachkommastellen zu runden.



a) Bestimmen Sie im oben angegebenen Koordinatensystem die Gleichung der Geraden g, die den Laserstrahl enthält.

b) Mit welchem Neigungswinkel trifft der Laserstrahl auf die Tür auf?

Wenn die Gleichung der Geraden g nicht bestimmt werden kann, verwenden Sie die Gleichung

$$g_1: \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2.3 \\ 1.6 \\ 1.4 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 3.3 \\ 4 \\ 1.6 \end{pmatrix}$$

c) Nun wird die Tür um 45° nach aussen geöffnet. In welchem Punkt trifft der Laserstrahl jetzt die Tür?

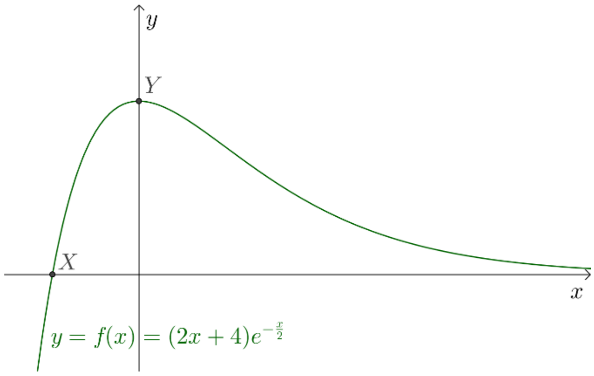
Wenn die Ebene der geöffneten Tür nicht bestimmt werden kann, verwenden Sie die Gleichung F: $\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 \\ 4 \\ 2 \end{pmatrix} + r \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$

	a	b	c	d	e	f	Punkte
Aufgabe 2 [Analysis]	1	1.5	1.5	2	3	3	**12**

In der nebenstehenden Zeichnung ist der Graph der

Funktion $\quad f \;:\; y = f(x) = (2x+4)e^{-\frac{x}{2}}$

skizziert.



a) Berechnen Sie die Schnittpunkte X und Y des Graphen von f mit den Koordinatenachsen.

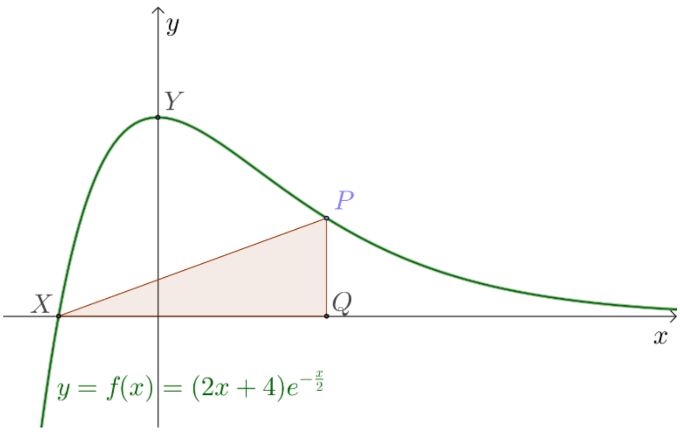
b) Berechnen Sie den Flächeninhalt A der Fläche, welche für $x \geq 0$ zwischen dem Graphen von f und der x −Achse liegt.

c) Rotiert der Graph von f für $-2 \leq x \leq 8$ um die x −Achse, so erzeugt er einen Rotationskörper mit Volumen V. Berechnen Sie V.

d) Die Tangente t im Kurvenpunkt $B\;(\,1 \mid \_\,)$ schneidet die x −Achse im Punkt C. Berechnen Sie den Punkt C.

e) Bestimmen Sie die Berührpunkte der Tangenten vom Punkt $S(\,-3 \mid 0\,)$ an den Graphen von f.

f) Der Kurvenpunkt P liegt auf dem Graphen von f rechts der y −Achse und bildet mit X und Q das Dreieck XQP (vgl. nebenstehende Figur).



Berechnen Sie die Koordinaten von P so, dass das Dreieck XQP maximalen Flächeninhalt besitzt.

Aufgabe 3 [Analysis]	Punkte
	5

Der Graph einer Polynomfunktion vierten Grades berührt die x-Achse bei $x = 2$ und schneidet die y-Achse bei $y = -36$. Die Tangente an die gesuchte Polynomfunktion in diesem Schnittpunkt mit der y-Achse schneidet die Polynomfunktion in einem weiteren Punkt
$P\left(2\sqrt{2}+1 \mid 120\sqrt{2}+24\right)$.

Bestimmen Sie die Funktionsgleichung dieser Polynomfunktion.

Aufgabe 4 [Stochastik]	Punkte
	5

In einer Urne befinden sich nicht sichtbar 4 rote und 4 weisse Kugeln. Für den Einsatz von Fr. 10.– stehen die folgenden zwei Spiele zur Wahl:

Spiel 1: Man zieht ohne Zurücklegen zwei Kugeln. Sind die Kugeln gleichfarbig, so gewinnt man Fr. 20.–

Spiel 2: Man zieht ohne Zurücklegen drei Kugeln. Sind alle drei Kugeln gleichfarbig, so gewinnt man Fr. 80.–

Welches Spiel würden Sie wählen? Begründen Sie und bestimmen Sie den zu erwartenden Gewinn.

Aufgabe 5 [Stochastik]	a	b	c	Punkte
	1	1	1	**3**

Die Fussballmannschaft FC Alpenquai verfügt über 3 Torwarte und 16 Feldspieler.

a) Der Trainer lost für jedes Spiel die Anfangsformation aus, welche aus 1 Torwart und 10 Feldspielern besteht. Wer nicht eingesetzt wird, gilt als Ersatzspieler.
Wie viele verschiedene solcher Formationen sind möglich?

b) Der Trainer ersetzt während des Spiels 3 Feldspieler gleichzeitig durch 3 Ersatzspieler. Wie viele Wechselmöglichkeiten hat der Trainer?

c) Jeder Spieler und jeder Torwart trägt ein Trikot mit einer Trikotnummer. Für die Torwarte sind die Nummern 1, 18 und 19, für die Feldspieler die Nummern 2 bis 17 vorgesehen.
Sind alle Trikots verteilt, spricht man von einer Nummernverteilung.
Wie viele Nummernverteilungen sind möglich?

	a	b	c	Punkte
Aufgabe 6 [Stochastik]	1	2	2	**5**

Die Mannschaftsaufstellung der Fussballmannschaft FC Musegg besteht aus 2 Stürmern, 4 Mittelfeldspielern, 4 Verteidigern und 1 Torwart. Bisherige Spiele zeigen, dass jeder Stürmer mit der Wahrscheinlichkeit $\frac{1}{2}$, jeder Mittelfeldspieler mit der Wahrscheinlichkeit $\frac{1}{3}$, jeder Verteidiger mit der Wahrscheinlichkeit $\frac{1}{5}$ und der Torwart mit der Wahrscheinlichkeit $\frac{1}{20}$ ein Tor schiesst.

a) Verteidiger Müller wird drei Spiele nacheinander eingesetzt. Mit welcher Wahrscheinlichkeit kann sich Müller in genau zwei Spielen als Torschütze feiern lassen?

b) Wie viele Spiele müsste Mittelfeldspieler Huber nacheinander spielen können, damit er mit 99%-iger Wahrscheinlichkeit mindestens ein Tor schiessen würde?

c) Mit welcher Wahrscheinlichkeit schiesst der FC Musegg im ersten Spiel mindestens ein Tor?