

Kantonsschule Alpenquai Luzern

Fach	<i>Mathematik Grundlagenfach</i>
Prüfende Lehrpersonen	<i>Martine Aeschlimann (martine.aeschlimann@edulu.ch) Christoph Arnold (christoph.arnold@edulu.ch) Patrik Hess (patrik.hess@edulu.ch)</i>
Klassen	<i>6La / 6Rd / 6Wb / 7Sa</i>
Prüfungsdatum	<i>23.05.2014</i>
Prüfungsdauer	<i>180 Minuten</i>
Erlaubte Hilfsmittel	<i>„Formeln, Tabellen, Begriffe“, DMK, DPK, DCK (2009) Taschenrechner TI-30, Voyage 200 (oder TI-92 Plus) ohne Handbuch</i>
Anweisungen	<i>Es wird Wert auf eine saubere Darstellung gelegt. Jede Aufgabe soll auf einer neuen Seite begonnen werden und muss einen vollständigen und nachvollziehbaren Lösungsweg enthalten. Beschriften Sie jeden Bogen mit Ihrem Namen und der Ihnen zugeteilten Nummer!</i>
Anzahl erreichbarer Punkte	<i>Aufgabe 1: 6 Aufgabe 2: 15 Aufgabe 3: 6 Aufgabe 4: 5 Aufgabe 5: 4 <u>Aufgabe 6: 6</u> Total: 42</i>
Anzahl Seiten (inkl. Titelblatt)	<i>Die Note 6 wird für 39 Punkte erteilt.</i> 4

Aufgabe 1	a	b	c	d	Punkte
Wahrscheinlichkeitsrechnung	1	1	2	2	6

Ein Kaugummihersteller produziert Packungen in grosser Zahl und legt jeder Packung jeweils ein Sammelbild bei. Es existieren 20 verschiedene Bilder nummeriert von 1 bis 20. Alle kommen gleich häufig vor und sind zufällig auf alle Packungen verteilt.

- Albert kauft 5 Packungen. Mit welcher Wahrscheinlichkeit sind alle Bilder verschieden?
- Berta kauft 5 Packungen. Mit welcher Wahrscheinlichkeit ist Bild Nr. 1 genau dreimal dabei?
- Claude kauft 18 Packungen. Mit welcher Wahrscheinlichkeit ist Bild Nr. 2 mindestens fünfmal dabei?
- Daniela ist nur an Bild Nr. 3 interessiert.
Wie viele Packungen muss Daniela kaufen, damit Bild Nr. 3 mit einer Wahrscheinlichkeit von mindestens 90% mindestens einmal dabei ist?

Aufgabe 2	a	b	c	d	Punkte
Analysis	6	5	2	2	15

Gegeben ist die Funktion $f(x) = \frac{x^2 - 13x + 40}{4 - x}$

- Bestimmen Sie Definitionsbereich, Asymptoten, Nullstellen, Hoch- und Tiefpunkte und Wendepunkte von f und zeichnen Sie den Graphen mit den Asymptoten für $-2 \leq x \leq 12$, Einheit 2H.
- Bestimmen Sie den Inhalt der Fläche, die vom Graphen von f und der Normale im Punkt $P(5/?)$ umschlossen wird.
- Welcher Punkt des Graphen von f links von der senkrechten Asymptote hat den kleinsten Abstand von der Geraden $g: y = -\frac{5}{9}x + 9$?
- Begründen Sie anschaulich, dass es auf dem Graphen von f Punkte Q gibt, wo die Normale in Q keinen zweiten gemeinsamen Punkt mit dem Graphen hat. Bestimmen Sie alle diese Punkte.

Aufgabe 3 Vektorgeometrie	a	b	c	d	Punkte
	1	1	1.5	2.5	6

$$E: 2x + 4y - 4z + 24 = 0 \text{ und } F: x + 2y - 2z - 42 = 0, \quad g: \vec{r} = \begin{pmatrix} 11 \\ 10 \\ 8 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 11 \\ 10 \\ 2 \end{pmatrix}$$

- a) Bestimmen Sie die gegenseitige Lage der Ebenen E und F . Begründen Sie Ihre Antwort.

Ein schiefer Kreiszyylinder hat den Grundkreis in der Ebene E und den Deckkreis in der Ebene F . Der Radius der beiden Kreise beträgt $\sqrt{20}$. Die Mittelpunkte dieser Kreise liegen auf der Geraden g .
Bestimmen Sie für diesen Zylinder

- b) die Koordinaten des Mittelpunkts M des Grundkreises,
c) den Neigungswinkel der Zylinderachse bezüglich der Grundkreisebene,
d) das Volumen.

Aufgabe 4 Analysis	a	b	Punkte
	2.5	2.5	5

Gegeben ist die Funktion: $f(x) = \sqrt{a \cdot x}$ $a > 0$

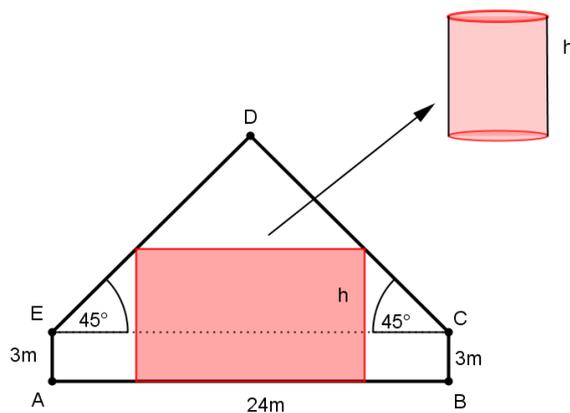
Die Normale n zum Graphen der Funktion $f(x)$ im Punkt $P(a/?)$ schneidet die x -Achse an der Stelle x_0 .

- a) Skizzieren Sie die Situation und berechnen Sie x_0 in Abhängigkeit von a .
b) Die Normale, der Graph von f und die x -Achse begrenzen ein Flächenstück, das um die x -Achse rotiert. Bestimmen Sie den Parameter a so, dass für das Volumen V des erzeugten Rotationskörpers gilt $V = 18\pi$.

Aufgabe 5 Analysis	Punkte		
	4		

Aus dem gegebenen Fünfeck $ABCDE$ soll ein Rechteck gemäss Skizze ausgeschnitten werden.

Bestimmen Sie die Rechteckshöhe h so, dass der aus dem Rechteck gerollte gerade Kreiszylinder ein maximales Volumen aufweist.



Aufgabe 6 Wahrscheinlichkeitsrechnung	a	b	Punkte
	3	3	6

Eine Schulklasse besteht aus 10 Frauen und 8 Männern. Für eine Umfrage wählt man zufällig eine Gruppe von 5 Personen aus.

- a) Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, dass in der Gruppe mehr als 2 Frauen sind?
- b) X sei die Anzahl Frauen in der Gruppe.
Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeitsverteilung von X und berechnen Sie damit den Erwartungswert von X .