Schriftliche Maturaprüfung 2013, Grundlagenfach Mathematik

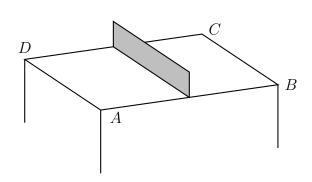
	a	b	\mathbf{c}	d	
Aufgabe 1	1.5	3	4	2.5	11 Punkte

Nils und Olaf spielen Ping-Pong am Tisch auf der Veranda. Die Punkte A(10/15/74), B(175/235/74), C(51/328/74) und D(-114/108/74) sind die Eckpunkte der Tischplatte. Die Koordinaten sind in cm angegeben.

a) Beweisen Sie: Die Tischtennisplatte ist exakt rechteckig.

Das Netz steht senkrecht auf der Tischplatte. Es ist in der Tischmitte befestigt und $16\ cm$ hoch.

b) Bestimmen Sie eine Koordinatengleichung der Ebene, in der das Netz verläuft.



Nils, der hinter der Tischhälfte mit den Ecken A und D spielt, schlägt den Ball scharf und aus fast unmöglich scheinendem Winkel. Der Mittelpunkt des Tischtennisballes beschreibt eine Flugbahn, die sich durch die Gerade

$$g: \overrightarrow{r} = \begin{pmatrix} 186\\38\\112 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} -20\\19\\-4 \end{pmatrix}$$

beschreiben lässt.

- c) Zeigen Sie, dass der Ball in keinem Punkt seiner Bahn die Netzkante berührt. Der Ball hat einen Durchmesser von 4~cm.
- d) Zeigen Sie, dass der Ball auf der Tischhälfte von Olaf auftrifft.

	\mathbf{a}	b	\mathbf{c}	d	
Aufgabe 2	2	3	2.5	2.5	10 Punkte

Gegeben sind die Funktionen f und g mit den Gleichungen $f(x) = -\frac{1}{2}x^2 + c$ und $g(x) = \frac{1}{16}x^2$.

a) Bestimmen Sie den Parameter c so, dass sich die Graphen von f und g unter einem rechten Winkel schneiden.

Für die restlichen Teilaufgaben sei $c = \frac{27}{2}$.

- b) Die Graphen von f und g schliessen ein endliches Flächenstück ein. Die Gerade y=a teilt dieses Flächenstück in ein oberes Flächenstück A_o und ein unteres Flächenstück A_u . Bestimmen Sie den Wert von a so, dass $A_o:A_u=5:1$ gilt.
- c) Das Flächenstück aus Teilaufgabe b) rotiert um die y-Achse und bildet ein Gefäss. Bestimmen Sie das Volumen des Gefässes.
- d) Die Käfer Kari und Berti starten beide zeitgleich in einem der beiden Schnittpunkte von f und g. Kari läuft den Graphen von f entlang, Berti folgt seinerseits dem Graphen von g. Beide treffen zur gleichen Zeit beim anderen Schnittpunkt der Graphen ein. Um wieviel läuft Kari schneller als Berti?

Schriftliche Maturaprüfung 2013, Grundlagenfach Mathematik

	\mathbf{a}	b	c	d	
Aufgabe 3	5	1.5	2	2.5	11 Punkte

Gegeben ist die Kurvenschar mit der Gleichung $f_k(x) = -\frac{1}{32}x^3 + \frac{k-3}{16}x^2 + \frac{k+3}{8}x + \frac{k-1}{4}, k \in \mathbb{R}.$

- a) Untersuchen Sie den Graphen von f_6 auf Nullstellen, Extremalpunkte, Wendepunkte und Symmetrien.
- b) Zeichnen Sie aufgrund der Berechnungen aus a) den Graphen von f_6 für $-4 \le x \le 11$. (Einheit $\hat{=}$ 2 Häuschen)
- c) Für welche Werte für k liegt ein Extremalpunkt des Graphen von f_k auf der y-Achse?
- d) Der Wendepunkt der Kurve f_k sei W_k . Wir betrachten nun die Menge aller Punkte W_k . Beweisen Sie, dass kein reelles k gefunden werden kann, für welches die y-Koordinate von W_k extremal ist.

	\mathbf{a}	b	c	d	
Aufgabe 4	4	2	2	2	10 Punkte

In einer Region mit recht grosser Schmugglertätigkeit ist einer kleinen Zollstation bekannt, dass durchschnittlich jedes 20. Auto zu viel Frischfleisch, jedes 12. Auto zu viel Spirituosen und jedes 15. Auto zu viele Zigaretten mitführt.

Die Ereignisse

F: Auto hat zuviel Frischfleisch geladen

S: Auto hat zuviel Spirituosen geladen

und

Z: Auto hat zu viele Zigaretten geladen

treten unabhängig voneinander auf.

Die Zöllner führen 50 Kontrollen durch.

- a1) Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, dass mehr als 10 Autos zu viel Spirituosen mitführen?
- a2) Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, dass weniger Autos als erwartet zu viel Frischfleisch geladen haben?
- a3) Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, dass mind. 35 Autos nicht zuviel Frischfleisch, nicht zu viel Alkohol und nicht zu viele Zigaretten mitführen?
- b) Wie viele Kontrollen müssen die Zöllner mindestens durchführen, um mit mindestens 99%iger Wahrscheinlichkeit ein Auto oder mehr zu finden, das zu viel Frischfleisch mitführt?

Durchschnittlich jedes 150. Auto führt Drogen mit. Der Drogenspürhund, mit dem die Zöllner bisweilen ihre Kontrollen durchführen, schlägt bei Autos, die Drogen mitführen, mit 94%iger Wahrscheinlichkeit an. Bei Autos, die keine Drogen mitführen, schlägt er mit 8%iger Wahrscheinlichkeit an.

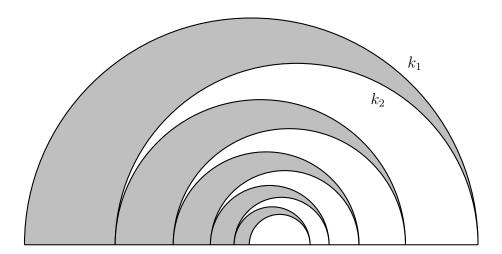
- c1) Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, dass ein Auto, bei dem der Hund angeschlagen hat, wirklich Drogen mitführt?
- c2) Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, dass ein Auto, bei dem der Hund nicht angeschlagen hat, keine Drogen mitführt?

Bei einer anderen Zollstation werden pro Tag durchschnittlich in 2.7 Autos zu vielen Zigaretten mitgeführt. Die "Nationale Zollbehörde" prämiert die Zollstation: 25 Franken erhält sie für jedes Auto, in welchem zu viele Zigaretten gefunden werden. Der Leiter der Zollstation verspricht, einen Apero zu spendieren, wenn die Tageseinnahmen durch solche Prämien 200 Franken erreichen.

d) Wie viele Aperos sind in einem Jahr zu erwarten?

Schriftliche Maturaprüfung 2013, Grundlagenfach Mathematik

	a	b	
Aufgabe 5	2	2	4 Punkte



Die Radien der gezeichneten Halbkreise k_1, k_2, \ldots , bilden eine geometrische Folge mit $r_1 = 10, r_2 = 8$.

- a) Ab welchem n übersteigt die Summe der Halbkreisbogen den Wert 157?
- b) Die Figur wird nach gezeichnetem Schema unendlich oft fortgesetzt. Berechnen Sie die Summe der unendlich vielen grauen Flächeninhalte.