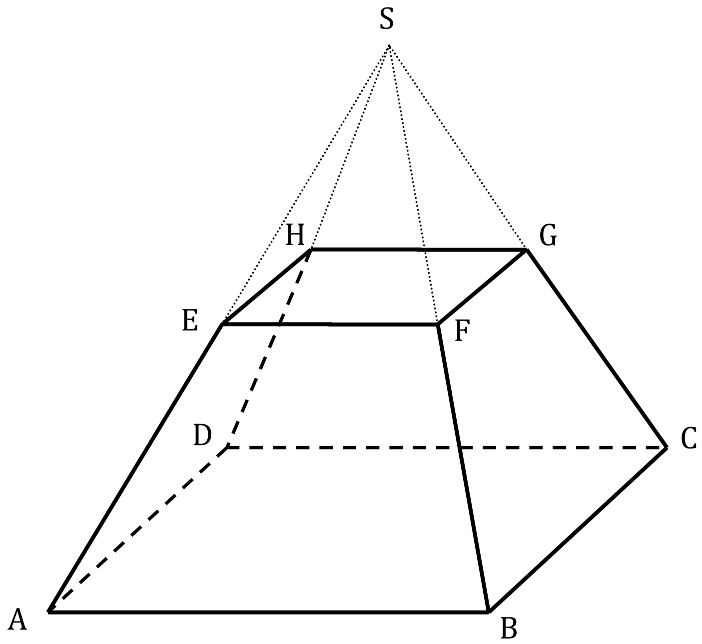
KANTON
LUZERN
Bildungs- und Kulturdepartement

Kantonsschule Alpenquai Luzern

Fach	*Mathematik Grundlagenfach 2013*
Prüfende Lehrperson	*Stefan Müller (stefan.mueller@edulu.ch)*
Klasse	*7Sa*
Prüfungsdatum	*24. Mai 2013*
Prüfungsdauer	*180 Minuten*
Erlaubte Hilfsmittel	*Formelsammlung „Formeln, Tabellen, Begriffe “, DMK* *Taschenrechner TI30, Voyage 200 (oder TI-92 Plus) ohne Handbuch*
Anweisungen	*Es wird Wert auf eine saubere Darstellung gelegt.* *Jede Aufgabe soll auf einem neuen Bogen begonnen werden und muss einen vollständigen und nachvollziehbaren Lösungsweg enthalten.* *Jeder Bogen ist mit Namen und Nummer zu beschriften.*
Anzahl erreichbarer Punkte	*Aufgabe 1: 13* *Aufgabe 2: 14* *Aufgabe 3: 11* *Aufgabe 4: 11.5* *Total: 49.5*
Note 6 wird vergeben für	*42 Punkte*
Anzahl Seiten (inkl. Titelblatt)	*5*

Aufgabe 1 - Vektorgeometrie	a	b	c	d	e	f	**Punkte**
	1.5	1.5	2	3.5	2	2.5	**13**

Eine gerade Pyramide ABCDS wird auf halber Höhe mit einer Ebene geschnitten, die parallel zur Grundfläche ABCD liegt. Der resultierende Pyramidenstumpf ist gegeben durch die Punkte A(-3/11/-3), B(5/3/-7), C(13/7/1), D(5/15/5), E(-2/4/4), F(2/0/2), G und H.



a) Zeige, dass die Grundfläche ABCD der Pyramide ein Quadrat ist.

b) Bestimme die Koordinatengleichung der Ebene $\mathcal{E}_{ABC}$ durch die Punkte A, B und C.

c) Bestimme den Neigungswinkel der Seitenkante AE zur Grundfläche ABCD.

d) Bestimme die Punkte P auf der Geraden durch die Punkte C und E, die von F den Abstand $3\sqrt{3}$ haben.

e) Bestimme die Koordinaten der Spitze S der ursprünglichen Pyramide.

f) Bestimme den Abstand des Punktes E von der Ebene $\mathcal{E}_{ABC}$.

Aufgabe 2 - Analysis	a	b	c	d	e	**Punkte**
	2	4.5	1	2.5	4	**14**

Die Funktionen $f(x)=\dfrac{x^2+a}{2x+b}$, a < 2 und b < 2, sowie $g(x)=e^{x-2}$ sind gegeben.

a) Bestimme a und b so, dass die Graphen der Funktion f und g sich an der Stelle x = 2 schneiden. Zusätzlich soll die Tangente an den Graphen von f an der Stelle x = -1 parallel zur Geraden $\ell: 2x+y+4=0$ verlaufen.

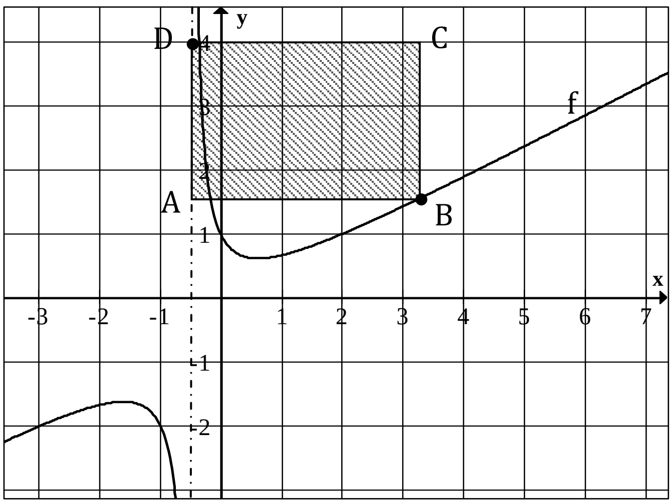
Rechne nun mit $f(x)=\dfrac{x^2+1}{2x+1}$ weiter.

b) Führe für die Funktion f(x) eine Kurvendiskussion durch, indem Definitionsbereich, Nullstellen, Extrema, Wendepunkte und Asymptoten bestimmt werden (der Graph ist nicht verlangt).

c) Bestimme den Schnittwinkel der Graphen von f und g in S(2/?).

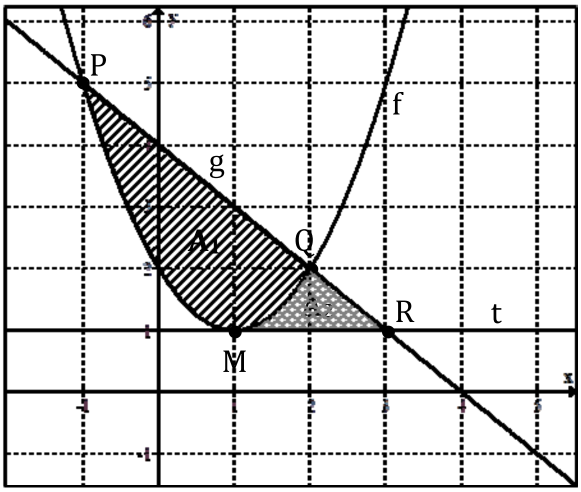
d) Berechne den Inhalt der Fläche, welche vom Graphen der Funktion g, der Tangente t im Punkt S an g und der x-Achse eingeschlossen wird.

e) Vom Punkt D(-0.5/4) wird ein Rechteck ABCD mit parallelen Seiten zu den Achsen so eingezeichnet, dass der Punkt B auf dem Graphen von f unterhalb von C im ersten Quadranten liegt (vergleiche Figur). Bestimme die Koordinaten von B so, dass das Rechteck ABCD maximalen Flächeninhalt hat. Berechne auch den maximalen Flächeninhalt.



Aufgabe 3 - Analysis	a	b	c	d	e	f	**Punkte**
	1	3	2.5	1.5	1.5	1.5	**11**

Die Figur zeigt die Parabel f mit der Gleichung $f(x)=(x-1)^2+1$, die Gerade g mit der Gleichung $g(x)=-x+4$, sowie deren Schnittpunkte P und Q. M ist der Tiefpunkt der Parabel f und t die Tangente an den Graphen von f in M.



a) Berechne die Fläche A_1, die von der Parabel f und der Geraden g eingeschlossen wird.

b) Die Parabel f, die Gerade g und die Tangente t schliessen rechts von M im ersten Quadranten eine Fläche A_2 ein, die um die x-Achse rotiert. Bestimme das Volumen des entstehenden Rotationskörpers.

c) Bestimme die Gleichung der Geraden h, welche parallel zur Geraden g verläuft und mit der Parabel f eine Fläche von $\frac{4}{3}$ einschliesst.

d) Beweise, dass das Dreieck PMQ in Q rechtwinklig ist.

e) Bestimme das Verhältnis der Flächeninhalte des Dreiecks PMQ und der Fläche A_1 (aus Aufgabe a).

f) Eine Gerade k mit Steigung m durch den Punkt Q soll die Parabel f in einem zweiten Punkt S schneiden. Zeige, dass die x-Koordinate von S gleich der Steigung m der Geraden k ist.

Aufgabe 4 - Wahrscheinlichkeit	a_1	a_2	a_3	b_1	b_2	**Punkte**
	0.5	0.5	1	0.5	1	
	b_3	c	d	e_1	e_2	**11.5**
	1	3	2	1	1	

An einem Jahrmarkt bildet sich eine Schlange vor dem Glücksrad. Herr Meier und seine beiden Töchter Mia und Pia sowie Frau Huber mit ihren drei Söhnen Lou, Max und Tim stehen an und sonst niemand.

a) Wie viele verschiedene Möglichkeiten von Reihenfolgen, in der Schlange zu stehen, gibt es
   - a_1) ohne Einschränkungen?
   - a_2) wenn die Familie Meier vor der Familie Huber ansteht?
   - a_3) wenn alle Kinder hintereinander anstehen wollen?

Das Glücksrad ist in zwölf gleich grosse Sektoren eingeteilt, zwei grüne, zwei gelbe, drei blaue und fünf rote. Durch das Drehen des Glücksrads wird einer der Sektoren zufällig bestimmt.

b) Das Glücksrad wird viermal gedreht. Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, dass
   - b_1) viermal ein roter Sektor bestimmt wird?
   - b_2) erstmals im vierten Versuch ein roter Sektor bestimmt wird?
   - b_3) je ein grüner, blauer, gelber und roter Sektor bestimmt wird?

Eine wohltätige Organisation bietet ein Spiel an. Für einen Einsatz von 5 Fr. kann das Rad viermal gedreht werden. Falls viermal rot bestimmt wird, gewinnt die Spielerin einen Hauptpreis im Wert von 100 Fr., falls in diesen vier Versuchen genau dreimal rot bestimmt wird, erhält die Spielerin einen Trostpreis im Wert von 5 Fr. und sonst nichts.

c) Der Anlass dient der Organisation, Spenden zu generieren. Erwünscht ist, pro Spiel im Durchschnitt einen Franken in die eigene Kasse zu erhalten. Trifft dies zu? Begründe mit einer Rechnung!

d) Frau Weiss möchte ihrer Tochter einen Hauptpreis nach Hause bringen. Wie viel Geld muss sie an den Jahrmarkt mitnehmen, damit sie mit einer Wahrscheinlichkeit von mindestens 95% mindestens einen Hauptpreis gewinnt?

e) An einem anderen Jahrmarkt wird das oben beschriebene Glücksrad siebenmal nacheinander gedreht. Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, dass
   - e_1) genau dreimal blau bestimmt wird?
   - e_2) mindestens fünfmal rot bestimmt wird?