KANTON LUZERN
Bildungs- und Kulturdepartement

Schriftliche Maturitätsprüfung 2012

Kantonsschule Alpenquai, Luzern

Fach	*Schwerpunktfach* *Physik und Anwendungen der Mathematik*
Prüfende Lehrpersonen	*AM: Philipp Spindler philipp.spindler@edulu.ch* *P: Peter Mueller peter.mueller@edulu.ch*
Klasse	*6Ra*
Prüfungsdatum	*31. Mai 2012*
Prüfungsdauer	*3 Stunden = 180 Minuten*
Erlaubte Hilfsmittel	• *Formelsammlung DMK* • *Taschenrechner Rechner TI-92 / Voyage 200*
Anweisungen zur Lösung der Prüfung	• *Die Aufgaben Physik (Nr. 1 – 5) und die Aufgaben Anwendungen der Mathematik (Nr. 6 – 9) sind auf separaten Bögen zu lösen.* • *Die Lösungen sind sauber darzustellen und ausführlich zu dokumentieren*
Anzahl erreichbarer Punkte	*Physik* *Aufgabe 1: 6* *Aufgabe 2: 6* *Aufgabe 3: 6* *Aufgabe 4: 6* *Aufgabe 5: 6* *Mathematik* *Aufgabe 6: 9* *Aufgabe 7: 8* *Aufgabe 8: 6* *Aufgabe 9: 7* *Total: 60* *Die Note 6 wird für 50 Punkte erteilt*
Anzahl Seiten (inkl. Titelblatt)	*6*

KANTON LUZERN
Bildungs- und Kulturdepartement

Kantonsschule Alpenquai, Luzern

Schriftliche Maturitätsprüfung 2012
Schwerpunktfach
Physik und Anwendungen der Mathematik

PHYSIK

Die folgenden Schritte deiner Antwort werden bewertet:

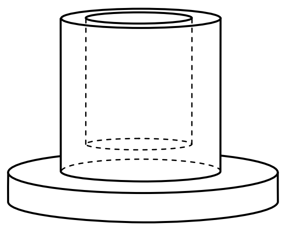
1. Physikalische Idee: Dokumentiert mittels Formeln und/oder nachvollziehbarer Beschreibung der physikalischen Zusammenhänge.
2. In die Formel korrekt eingesetzte gegebene Grössen (Zahlen mit Masseinheiten)
3. Endergebnis mit korrektem Formelzeichen, Zahlenwert und korrekter Masseinheit. Der Zahlenwert auf 4 signifikante Stellen gerundet.

Der Gebrauch von SOLVE zum Lösen der Aufgaben ist erlaubt, d.h. Gleichungen und Gleichungssysteme müssen nicht nach der gesuchten Variablen aufgelöst werden.

1. Drehmoment und Trägheitsmoment

a)	b)	c)
2 Pte	*1.5 Pte*	*2.5 Pte*

Sie haben sicherlich schon Vasen aus Lehm auf einer sogenannten Töpferscheibe geformt. Die Töpferscheibe hat einen Radius von 20 cm und ist 3.5 kg schwer. Nehmen Sie an, Sie hätten eine Vase aus 1.2 kg Lehm gemacht.



a) Wie gross ist das totale Trägheitsmoment der Vase und der Töpferscheibe?
Nehmen Sie die Vase als Hohlzylinder mit Aussenradius 6 cm und einer Wanddicke von 1 cm an. Von der Gesamtmenge an Lehm haben Sie 250 g für den Boden genommen.

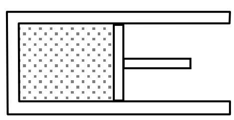
b) Nachdem Sie die Vase fertig gestellt haben, drücken Sie eine Hand gegen die Töpferscheibe um die Drehung zu stoppen. Wenn Sie mit 8.2 N gegen die Scheibe drücken, wie gross ist das auf die Scheibe ausgeübte Drehmoment? Nehmen Sie für den Gleitreibungskoeffizienten 0.65 an. Falls Sie a) nicht lösen konnten, verwenden Sie bitte $J = 0.1000\ \mathrm{kg{\cdot}m^2}$.

c) Wenn es 4 Rotationen benötigte, bevor die Scheibe (mit Vase) zur Ruhe kam, wie gross war die anfängliche Rotationsgeschwindigkeit der Scheibe mit Vase? Falls Sie a) und/oder b) nicht lösen konnten, verwenden Sie bitte $J = 0.1000\ \mathrm{kg{\cdot}m^2}$ und $M = 1.200\ \mathrm{N{\cdot}m}$.

2. Kinetische Gastheorie / Arbeit / Innere Energie

a)	a)	b)
2 Pte	*2.5 Pte*	*1.5 Pte*

Sie haben 0.015 mol Helium-Gas ($m_{A,He} = 4.003u$), welches in einem Zylinder mit einem beweglichen Kolben in einem Volumen von 355 ml bei einem Druck von 102'000 Pa eingeschlossen ist.



a) Welche mittlere quadratische Geschwindigkeit v_{rms} haben die Heliumatome?

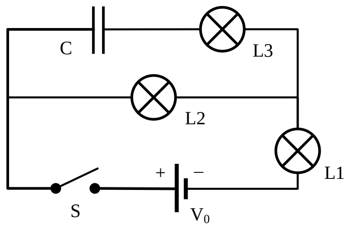
b) Sie erwärmen nun das Gas so lange, bis das Volumen auf das Doppelte angestiegen ist. Der Kolben ist reibungsfrei gelagert, so dass der Druck konstant geblieben ist. Welche Arbeit W leistet das Gas?

c) Wie gross ist die zugeführte molare Wärmemenge Q, des in Aufgabe b) beschriebenen Prozesses?

3. Stromkreise, Kirchhoff

a)	b)	c)
1.5 Pte	1.5 Pte	3 Pte

In einem eben neu zusammengesteckten Stromkreis befinden sich eine Batterie, 3 gleiche Lampen, ein Kondensator und ein Schalter wie im nebenstehenden Bild gezeigt. Die 3 Lampen L1, L2 und L3 haben alle den gleichen Widerstand R.



a) Der Schalter S wird nun geschlossen. Der Strom durch die Lampe L1 sei dann I_1 und bleibt konstant. Zeichnen Sie qualitativ die Zeit – Stromkurve I_2 und I_3 der Lampen 2 und 3 im richtigen Verhältnis zu I_1 in den untenstehenden Graphen ein.

b) Der Schalter S ist seit längerer Zeit geschlossen und damit der Kondensator voll elektrisch aufgeladen. Beschreiben Sie in Worten, welche Spannungen (im Verhältnis zu V_0) über den Lampen L1 bis L3 liegen.

c) Der Schalter S wird nun geöffnet, somit beginnt sich der Kondensator über die Lampen L2 und L3 zu entladen. Die Differentialgleichung, die das zeitliche Verhalten der Ladung Q_C auf dem Kondensator beschreibt, lautet:

$$\frac{Q}{C} + 2R \cdot \frac{dQ}{dt} = 0$$

Starten Sie mit den Kirchhoff‘schen Regeln und zeigen Sie, wie man auf diese Differenzialgleichung kommt.

Beachten Sie die Vorzeichen der Potenzialdifferenzen über ein bestimmtes Bauteil gemäss folgender Liste:

Bauteil	Vorzeichen	Bedingung
Widerstände	negativ	wenn Maschenrichtung der gewählten Stromrichtung entspricht
Kapazitäten	positiv	wenn Maschenrichtung von der negativen zur positiven Platte
Spulen	positiv	wenn Maschenrichtung der Stromrichtung entspricht
Batterien	positiv	wenn Maschenrichtung von der negativen zur positiven Klemme

4. Wellencharakter von Teilchen

a)	b)	c)
2.5 Pte	1.5 Pte	2 Pte

Teilchen wie Protonen, Elektronen oder Neutronen lassen sich in manchen Experimenten mit hinreichender Genauigkeit als harte Objekte betrachten, bei einigen Phänomenen kommt man mit diesem Modell jedoch zu keinem Resultat, stattdessen hilft in solchen Fällen häufig das Wellenmodell des Teilchens.

a) In einen Elektronenstrahl wird zuerst ein Einzelspalt mit Spaltbreite a = 50 µm eingeschoben. Dadurch erscheint auf einem Schirm im Abstand L = 1,58 m das folgende Muster, wobei die beiden Minima erster Ordnung D = 80,0 mm voneinander entfernt sind:

Berechnen Sie die Geschwindigkeit v der Elektronen.

b) Dann wird anstelle des Einzelspalts ein Doppelspalt eingefügt, welcher die gleiche Spaltbreite a wie in Aufgabe a) besitzt und dessen Spalten einen Abstand d=3·a aufweisen. Man beobachtet dann das folgende Muster:

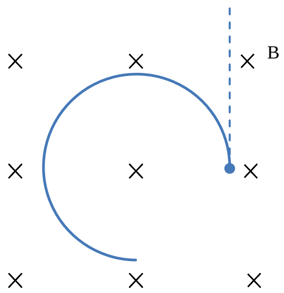
Erklären Sie, warum nun zwischen den Minima erster Ordnung von Teilaufgabe a) weitere Minima auftreten.

c) Was passiert mit dem Muster aus Teilaufgabe b), wenn die Geschwindigkeit der Elektronen erhöht wird? Geben Sie eine nachvollziehbare Begründung an.

5. Massenspektrometer, Spezielle Relativitätstheorie

a)	b)	c)
1.5 Pte	2 Pte	2.5 Pte

In einem Teilchenkollisionsexperiment entstehen neuartige Teilchen. Der Entstehungsort ist mit einem Punkt markiert. Diese Teilchen beschreiben in einem Magnetfeld B = 1.4 mT eine Kreisbahn mit Krümmungsradius r = 5,03 m. Aus der hinterlassenen Spur (ausgezogene Linie) entnehmen Sie, dass 95 % der Teilchen eine Reichweite von ¾ des beschriebenen Kreisumfangs haben. Das Teilchen trägt eine Ladung Q = -1e.



a) Sie möchten nun einige Charakteristiken der Teilchen bestimmen. Dazu müssen Sie als erstes die Geschwindigkeit bestimmen. Dazu legen Sie zusätzlich zum Magnetfeld B ein Elektrisches Feld E an. Bei E = $3.7 \cdot 10^5$ V/m fliegen die entstandenen Teilchen gerade aus (siehe gestrichelte Linie). Bestimmen Sie daraus die Geschwindigkeit der Teilchen.

b) Wie gross ist die Masse des Teilchens in seinem eigenen Ruhesystem? Falls Sie a) nicht lösen konnten, verwenden Sie bitte v = 0.8c.

c) Wie gross ist die Halbwertszeit des Teilchens in seinem Ruhesystem? Auch hier gilt, falls Sie a) nicht lösen konnten, verwenden Sie bitte v = 0.8c.

ANWENDUNGEN der MATHEMATIK

6. Statistischer Test

a1)	a2)	b1)	b2)
1 Pt	*4 Pte*	*1 Pt*	*3 Pte*

Mit den Erfolgen von Simon Ammann und Andreas Küttel im internationalen Skispringen wächst in der Schweiz die Hoffnung, jugendliche Talente mögen fürs Skispringen motiviert werden können.

Die Skiclubs von Ammanau und Küttligen verbindet eine besondere Konkurrenz. Einmal im Jahr treffen sich die jugendlichen Skispringer der beiden Clubs aus der Alterskategorie U14 zu einem Wettspringen. In den letzten Jahren haben sich die Junioren aus Küttligen den Ruf erarbeitet, die besseren Springer zu sein. Die Junioren wollen dies nun testen.

a1) Formulieren Sie die Hypothesen in Worten.

a2) Die gesprungenen Weiten in diesem Jahr (in Metern):

Skiclub Ammanau	57	58.5	59.5	60.5			
Skiclub Küttligen	56	60	61.5	62	65	66	69

Berechnen Sie die Rangsummen für die beiden Skiclubs.

Führen Sie den Rangsummentest von Wilcoxon-Mann-Whitney mit dem Sicherheitsniveau 5% durch. Leiten Sie die Entscheidungsregel her, indem Sie für den Skiclub Ammanau eine detaillierte Liste der möglichen Rangsummen mit ihren Häufigkeiten erstellen.

Darf auf Grund des Wettspringens behauptet werden, die Junioren aus Küttligen sprängen besser als ihre Alterskollegen aus Ammanau?

Die Verantwortlichen des Skiclubs Ammanau möchten die Leistungen ihrer Schützlinge verbessern und führen deshalb ein neues Trainingsprogramm ein. Vor dem Start des Programms lassen sie Testsprünge absolvieren. Die Weiten aller Junioren sind:

Springer Nr.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
Weite in Metern	36	41	62	45	32	49	69	57	36	40	29	27	51	58	49	40

Vier Wochen später, nach der Durchführung des Trainingsprogramms, stellt sich die Frage, ob sich die Leistungen der Junioren verändert haben. Die Testsprünge werden unter vergleichbaren Bedingungen wiederholt. Die Weiten dieses 2. Sprungs sind:

Springer Nr.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
Weite in Metern	33	45	58	44	30	42	72	53	35	39	25	20	54	55	47	35

b1) Formulieren Sie die Hypothesen.

b2) Führen Sie den zweiseitigen Vorzeichentest mit dem Sicherheitsniveau 5% durch.

7. Differentialgleichung

a)	b)	c)
6 Pte	1 Pt	1 Pt

Eine Bakterienkolonie in einer 160 cm^2 grossen Petrischale bedeckt zur Zeit $t=0$ Minuten eine Fläche $B(0)=1$ cm^2. Die Wachstumsrate $B'(t)$ ist proportional zur schon bedeckten Fläche $B(t)$ und zum noch zur Verfügung stehenden Platz in der Petrischale (logistisches Wachstum). Bei einer bedeckten Fläche von 60 cm^2 wurde eine Wachstumsrate von 0.6 cm^2/min festgestellt.

a) Stellen Sie die Differentialgleichung für die Funktion $B(t)$ auf und lösen Sie sie mit Hilfe einer Separation der Variablen und einer Partialbruchzerlegung.

b) Begründen Sie mit Hilfe der Lösungsfunktion, warum gemäss dem zu Grunde liegenden Modell die Petrischale nie vollständig mit Bakterien bedeckt sein wird.

c) Wann sind 99% der gesamten Oberfläche der Petrischale von Bakterien bedeckt?

8. Affine Abbildung

a)	b)
4 Pte	2 Pte

Gegeben sind die Punkte $M(2/8)$, $M'(17/-2)$ sowie $Q(11/12)$.

a) Bestimmen Sie die Abbildungsgleichung der perspektiven Affinität α, die Q als Fixpunkt besitzt, M auf M' abbildet, und deren Affinitätsachse s die Eigenschaft besitzt, dass $d(A,s):d(A',s)=1:4$. A und A' liegen auf verschiedenen Seiten von s.

Hierbei bezeichnet $d(A,s)$ den in der Affinitätsrichtung gemessenen Abstand des beliebigen Punktes A von der Affinitätsachse s. $A'=\alpha(A)$.

b) Gegeben ist die Parabel $p:\ y=\frac{1}{10}(x-2)^2+\frac{17}{5}$.

Berechnen Sie den Inhalt des endlichen Flächenstücks, das vom Bild $\alpha(p)$ der Parabel p und vom Bild $\alpha(g)$ der Geraden g mit der Gleichung $g:\ 2x-5y+19=0$ begrenzt wird.

9. Komplexe Funktion

a)	b)	c)
1 Pt	1.5 Pte	4.5 Pte

Gegeben ist die komplexe Funktion $f(z)=3zi-z\bar{z}$.

a) Bestimmen Sie die Menge der Fixpunkte der Funktion f.

b) Der Kreis k geht durch die Punkte $P(-1-3i)$ und $Q(0)$. Sein Mittelpunkt liegt auf der imaginären Zahlenachse. Bestimmen Sie eine Gleichung des komplexen Kreises k.

c) Das Bild von k unter der Funktion f ist eine Ellipse. Bestimmen Sie die beiden Halbachsen dieser Ellipse.