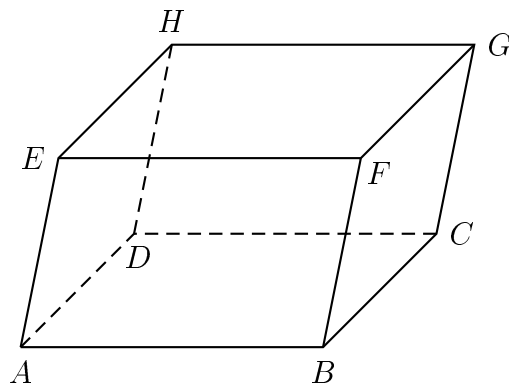


Schriftliche Maturaprüfung 2012, Grundlagenfach Mathematik

	a	b	c	d	e	f	
<b>Aufgabe 1</b>	0.5	1	2	2	2	2.5	<b>10 Punkte</b>

In einem kartesischen Koordinatensystem sind die Punkte  $A(4/ - 1/5)$ ,  $B(8/2/4)$ ,  $C(7/4/6)$ ,  $D(3/1/7)$ ,  $E(4/ - 1/9)$  und  $G(7/4/10)$  gegeben.

Die Eckpunkte  $A, B, C, D, E, F, G$  und  $H$  sind die Eckpunkte eines schiefen Prismas (siehe Bild).



a) Geben Sie die Koordinaten der Eckpunkte  $F$  und  $H$  an.

b) Weisen Sie nach, dass die Grundfläche  $ABCD$  des Prismas ein Rechteck ist.

c) Bestimmen Sie den Inhalt der Seitenfläche  $BCGF$ .

d) Bestimmen Sie den Schnittwinkel der zwei Seitenflächen  $ABCD$  und  $BCGF$ .

e) Gegeben ist der Punkt  $Z(1/ - 2/8)$ . Das Prisma wird so um den Punkt  $Z$  gedreht, dass die Ecke  $B$  auf die  $y$ -Achse zu liegen kommt. Bestimmen Sie einen der beiden möglichen Drehwinkel.

f) Welchen Abstand hat der Punkt  $P(\frac{23}{3}/ - \frac{5}{3}/13)$  vom Prisma?

	a	b	c	d	
<b>Aufgabe 2</b>	1.5	6	1.5	3	<b>12 Punkte</b>

Gegeben ist die Kurvenschar  $f_t(x) = \frac{x^2+tx-2t^2}{3x-6}$ , wobei  $t \in \mathbb{R}$ .

a) Für welche Werte von  $t$  haben die Nullstellen von  $f_t$  eine Distanz von 9?

b) Untersuchen Sie die Graphen von  $f_1(x)$  und  $f_{-4}(x)$  auf Nullstellen, Extrempunkte, Wendepunkte, Pole und Asymptoten. Zeichnen Sie die zwei Graphen je in ein Koordinatensystem unter Berücksichtigung der gefundenen Resultate.

c) Für welche Werte von  $t$  hat der Graph von  $f_t$  keine Extrema?

d) Bestimmen Sie die Tangenten an den Graphen von  $f_1(x)$ , die durch den Punkt  $P(4/ - 3)$  gehen.

	a	b	c	
<b>Aufgabe 3</b>	2.5	3.5	2	<b>8 Punkte</b>

Gegeben ist die Funktion  $f$  mit der Gleichung  $f(x) = 6 - \frac{1}{6}x^2$ .

a) Der Punkt  $C(u/v)$  mit  $u > 0$  liege auf dem Graphen von  $f$ . Wie muss der Punkt  $C$  gewählt werden, damit das Trapez mit den Ecken  $A(0/0)$ ,  $B(u/0)$ ,  $C(u/v)$  und  $D(0/2)$  maximalen Flächeninhalt hat?

b) Der Punkt  $Q$  liege auf dem Graphen von  $f$  und im 1. Quadranten. Die Tangente an den Graphen von  $f$  in  $Q$  und der Graph von  $f$  schliessen zusammen mit den Koordinatenachsen zwei Flächenstücke ein. Wo muss  $Q$  liegen, damit der Gesaminhalt der beiden Flächenstücke minimal ist?

c) Eine Ameise startet in der negativen Nullstelle von  $f$  und läuft den Graphen von  $f$  entlang bis zur positiven Nullstelle. Wie gross ist die Länge des Weges, den sie zurückgelegt?

## Schriftliche Maturaprüfung 2012, Grundlagenfach Mathematik

	a	b	c	d	e	f	g	
<b>Aufgabe 4</b>	0.5	1	1.5	1.5	1.5	1	3	<b>10 Punkte</b>

Deutschlehrer Lessing unterrichtet eine 6. Gymnasialklasse mit 22 Schülern. Für eine mündliche **erste Übungsprüfung** stellt er 30 Kärtchen mit je einem anderen Thema zusammen. Die Schüler ziehen einer nach dem andern ein Kärtchen und legen dieses nach der Prüfung nicht mehr zurück.

a) Wie viele verschiedene mögliche Themen-Abfolgen an der Übungsprüfung gibt es?

Die 30 verschiedenen Themen auf den Kärtchen sollen aus insgesamt 6 Epochen ausgewählt werden: Barock, Aufklärung, Sturm & Drang, Klassik, Romantik und Vormärz.

b) Auf wie viele Arten können die 6 Epochen auf die 30 Themenkärtchen verteilt werden, wenn jede Epoche durch mindestens 2 Themen vertreten sein soll?  
(Eine derartige Kombination wäre beispielsweise  $2 \times$  Barock,  $5 \times$  Aufklärung,  $6 \times$  Sturm & Drang,  $5 \times$  Klassik,  $8 \times$  Romantik,  $4 \times$  Vormärz.)

Deutschlehrer Lessing mag vor allem das Thema "Maria Stuart", ein Drama von Friedrich Schiller.

c) Wie viele verschiedene Themenkärtchen darf er höchstens zusammenstellen, wenn die Wahrscheinlichkeit dafür, dass "Maria Stuart" gezogen wird, grösser als 0.7 sein soll?

In einer **zweiten Übungsprüfung** mit 30 Kärtchen werden gezogene Themen wieder zurückgelegt. "Maria Stuart" steht als einziges Thema auf vier Kärtchen.

d) Schüler M kommt als 15. Schüler an die Reihe. Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, dass Schüler M bis jetzt mindestens der vierte Schüler ist, der zu "Maria Stuart" geprüft wird?

An der **mündlichen Matura** sind die Themen wie folgt verteilt: je 5 Kärtchen zu Barock und Moderne, je 6 Kärtchen zu Aufklärung, Klassik und Romantik, je 4 Kärtchen zu Sturm & Drang, Vormärz und Expressionismus. Gezogene Kärtchen werden wieder zurückgelegt. Herr Lessing gewährt seinen Schülern einen Joker: Wem das gezogene Thema nicht zusagt, der darf sich aus den übrig gebliebenen Kärtchen ein Neues ziehen und muss dann die Fragen zum neuen Thema beantworten. Nach der Prüfung legt er dann beide Kärtchen zurück.

Lessing schätzt, dass 35% der Schüler beim Vormärz ein neues Kärtchen nachziehen würden und 50% beim Expressionismus. Die anderen Epochen würden beibehalten.

e) Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, dass ein Schüler zum Thema Vormärz geprüft wird?

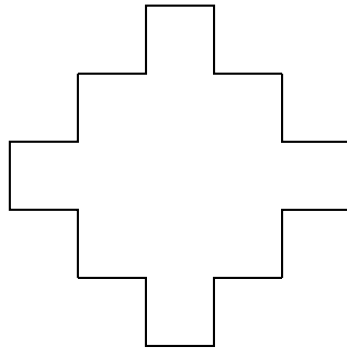
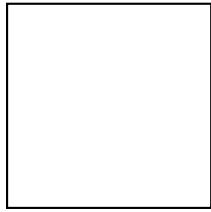
f) Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, dass ein Schüler das erste gezogene Kärtchen auswechselt?

Herr Lessing schätzt die Erfolgsquoten seiner Schüler aufgrund der Vornoten wie folgt ab:

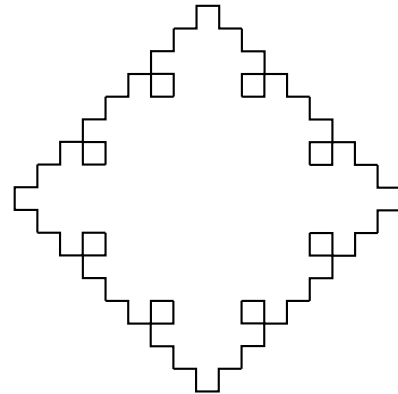
Epoche	Barock	Aufklärung	Sturm & Drang	Klassik
Erfolgsquote	0.4	0.7	0.6	0.9
<hr/>				
Epoche	Romantik	Vormärz	Expressionismus	Moderne
Erfolgsquote	0.6	0.3	0.4	0.7

g) Wie hoch ist die erwartete Erfolgsquote?

<b>Aufgabe 5</b>	a	b	<b>4 Punkte</b>
	2	2	



1. Stufe



2. Stufe

Einem Quadrat mit Seitenlänge  $s$  wird auf jeder Seite, schön zentriert, ein kleineres Quadrat mit Seitenlänge  $s/3$  aufgesetzt. Mit der neuen Figur wird gleich verfahren: Ist die neue Seitenlänge  $s^*$ , so wird jeder Seite ein weiteres Quadrat mit Seitenlänge  $s^*/3$  aufgesetzt.

Es sei  $s = 1 \text{ cm}$ .

- a) Ab welcher Stufe ist der Umfang der Figur länger als die Distanz Erde - Sonne (150 Mio.  $km$ )?
- b) Der Bildungsvorgang wird unendlich oft wiederholt. Berechnen Sie den Flächeninhalt der auf diese Weise entstehenden Figur.