

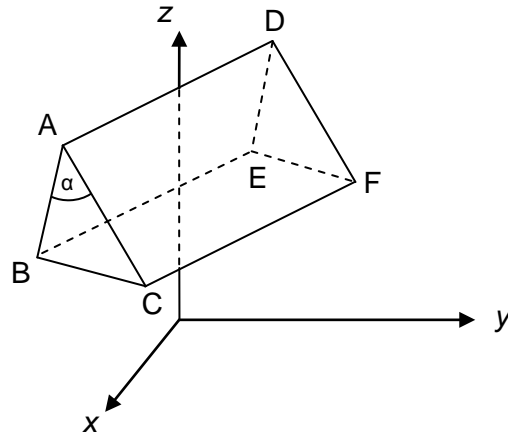
Kantonsschule Alpenquai Luzern

Fach	<i>Mathematik Grundlagenfach</i>
Prüfende Lehrpersonen	<i>Lukas Fischer (lukas.fischer@edulu.ch) Urs Voser (urs.voser@edulu.ch)</i>
Klassen	<i>6Nb / 6Wb</i>
Prüfungsdatum	<i>23. Mai 2011</i>
Prüfungsdauer	<i>180 Minuten</i>
Erlaubte Hilfsmittel	<i>Formelsammlung „Formeln und Tafeln“, DMK Taschenrechner TI30, Voyage 200 (oder TI-92 Plus) ohne Handbuch</i>
Anweisungen	<i>Es wird Wert auf eine saubere Darstellung gelegt. Jede Aufgabe soll auf einem neuen Bogen begonnen werden und muss einen vollständigen und nachvollziehbaren Lösungsweg enthalten. Jeder Bogen ist mit Namen und Nummer zu beschriften.</i>
Anzahl erreichbarer Punkte	<i>Aufgabe 1: 11 Aufgabe 2: 7 Aufgabe 3: 7 Aufgabe 4: 6 <u>Aufgabe 5: 10</u> Total: 41</i>
Note 6 wird vergeben für	<i>36 Punkte</i>
Anzahl Seiten (inkl. Titelblatt)	<i>4</i>

	a	b	c	d	e	f	g	Punkte	
Aufgabe 1	Vektorgeometrie	0.5	1	2	1.5	3	1	2	11

Gegeben sind die Punkte $A(-1|5|3)$, $B(-1|2|-3)$, $C(3|7|-1)$ und $D(5|-1|6)$. Die beiden Grundflächen ABC und DEF des Prismas $ABCDEF$ sind parallele und kongruente Dreiecke.

Skizze:



- Berechnen Sie die Koordinaten des Punktes F .
- Zeigen Sie, dass das Dreieck ABC gleichschenkelig ist.
- Bestimmen Sie die Koordinatengleichung der Ebene ε , welche die Punkte A , B und C enthält.
- Wie gross ist der Winkel $\alpha = \sphericalangle(BAC)$?
- Welcher Punkt auf der Geraden AD hat den kürzesten Abstand vom Ursprung?
 - Liegt dieser Punkt auf der Kante AD ?
- Zeigen Sie, dass die Grundfläche ABC senkrecht auf den Seitenkanten des Prismas liegt.
- Berechnen Sie das Volumen des Prismas $ABCDEF$.

	a	b	c	Punkte	
Aufgabe 2	Analysis	4	1	2	7

- Bestimmen Sie die Gleichung der Polynomfunktion f dritten Grades mit folgenden Eigenschaften: Der Graph von $f(x)$ schneidet die y -Achse bei $\frac{11}{3}$ und berührt die Gerade $g: y = \frac{1}{2}x - 3$. An der Stelle $x = 2$ hat $f(x)$ einen Wendepunkt mit einer Wendetangente t , die senkrecht zu g ist.

Falls Sie a) nicht lösen konnten, rechnen Sie bei b) und c) an Stelle von $f(x)$ mit der Ersatzfunktion $\tilde{f}(x) = \frac{5}{24}x^3 - \frac{15}{8}x^2 + \frac{29}{8}x + \frac{53}{24}$. Diese hat ihren Wendepunkt bei $x = 3$.

- Geben Sie die Gleichung der Wendetangente t an.
- Berechnen Sie die Fläche, die vom Graphen der Funktion $f(x)$ und der Geraden g eingeschlossen wird.

Aufgabe 3		Analysis			a	b	c	Punkte
		3	2	2				7

Gegeben ist die Funktionenschar $f_a(x) = \frac{3 \cdot (x-2)^2 \cdot (x-a)}{a \cdot (x^2-9)}$ mit $a \neq 0$.

Die Teilaufgaben sind unabhängig!

- a) i) Zeigen Sie, dass der Schnittpunkt mit der y -Achse für alle Funktionen $f_a(x)$ der gleiche ist.
- ii) Für welchen Wert von a hat die schiefe Asymptote von $f_a(x)$ den y -Achsenabschnitt -6 ?
- iii) Geben Sie die Anzahl der vertikalen Asymptoten in Abhängigkeit von a an.

Sei nun $a = 3$:

- b) Bestimmen Sie die Extrema von $f_3(x)$.
- c) Die Gerade $h: y = \frac{1}{4}$, der Graph von $f_3(x)$ und die y -Achse begrenzen ein dreieckförmiges Flächenstück. Berechnen Sie das zugehörige Rotationsvolumen bei Drehung um die x -Achse.

Aufgabe 4		Analysis			Punkte		
					6		

Ein Glacé-Fabrikant möchte mit einer neuen Cornetsorte seinen Umsatz steigern. Dieses soll folgende Form haben (vgl. Skizze):

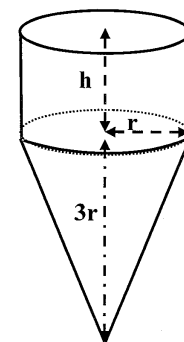
Unterteil : gerader Kreiskegel, dessen Grundkreisradius r gleich einem Drittel der Höhe ist.

Oberteil : gerader Kreiszylinder, dessen Grundkreisradius gleich gross wie jener des Kreiskegels ist.

Das Cornet soll ein (Gesamt-)Volumen von 150 cm^3 haben.

Ferner sollen die Abmessungen so gewählt werden, dass die Mantelfläche (Zylinder und Kegel) aus Biskuitteig minimal wird.

Berechnen Sie den Radius r und Gesamthöhe des neuen Cornets.



	a i	ii	iii	iv	b i	ii	iii	iv	Punkte
Aufgabe 5	0.5	1.5	1	1.5	1	1	1.5	2	10

Wahrscheinlichkeit

Petra hat zur bestandenen Maturaprüfung einen iPod geschenkt erhalten. Sie lädt sich als erstes je vier verschiedene Lieder von Queen, Take That, Gotthard und acht Lieder von den Beatles auf ihren iPod.

Zuerst lässt sie sich die 20 Lieder in zufälliger Reihenfolge abspielen.

- a) i) Auf wie viele verschiedene Arten können die 20 Lieder gespielt werden?
- ii) Petra protokolliert die Reihenfolge, in der die Lieder gespielt werden. Wie viele verschiedene Listen sind denkbar, wenn Petra nur den Namen der Band aufschreibt?
- iii) Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, dass die ersten vier gespielten Lieder diejenigen der Band Queen sind?
- iv) Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, dass erstmals an fünfter Stelle ein Lied von Gotthard gespielt wird.

Auf dem iPod gibt es auch eine Spezial-Zufallsfunktion, d.h. damit wird jedes Lied zufällig gewählt, unabhängig vom vorherigen – dasselbe Lied könnte mehrfach gespielt werden. Petra verwendet nun diese Spezial-Zufallsfunktion.

- b) i) Wie viele verschiedene Möglichkeiten gibt es für die ersten 10 gehörten Lieder?
- ii) Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, dass die ersten vier Lieder, die sie hört, von den Beatles sind?
- iii) Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, dass bei 7 gehörten Liedern mehr Beatles-Lieder als andere Lieder gespielt werden?
- iv) Petra hört beim Joggen Musik. Pro Lied schafft sie einen Kilometer. Wie lange muss sie ihre Joggingrunde planen, sodass mit mindestens 96%iger Wahrscheinlichkeit mindestens ein ganzes Lied der Beatles ertönt?