

Kantonsschule Luzern

Fach	<i>Grundlagenfach Mathematik</i>												
Prüfende Lehrpersonen	<table style="width: 100%; border: none;"> <tr> <td style="width: 50%;"><i>Essodinam Alitiloh</i></td> <td style="width: 50%;"><i>essodinam.alitiloh@edulu.ch</i></td> </tr> <tr> <td><i>Hans Jeger</i></td> <td><i>hans.jeger@edulu.ch</i></td> </tr> <tr> <td><i>Stefan Müller</i></td> <td><i>stefan.mueller@edulu.ch</i></td> </tr> <tr> <td><i>Franz Steiger</i></td> <td><i>franz1.steiger@edulu.ch</i></td> </tr> </table>	<i>Essodinam Alitiloh</i>	<i>essodinam.alitiloh@edulu.ch</i>	<i>Hans Jeger</i>	<i>hans.jeger@edulu.ch</i>	<i>Stefan Müller</i>	<i>stefan.mueller@edulu.ch</i>	<i>Franz Steiger</i>	<i>franz1.steiger@edulu.ch</i>				
<i>Essodinam Alitiloh</i>	<i>essodinam.alitiloh@edulu.ch</i>												
<i>Hans Jeger</i>	<i>hans.jeger@edulu.ch</i>												
<i>Stefan Müller</i>	<i>stefan.mueller@edulu.ch</i>												
<i>Franz Steiger</i>	<i>franz1.steiger@edulu.ch</i>												
Klassen	<i>6Wc / 6La / 6Rb / 7Sa</i>												
Prüfungsdatum	<i>Montag, 23. Mai 2011</i>												
Prüfungsdauer	<i>180 Minuten</i>												
Erlaubte Hilfsmittel	<i>Formelsammlung "Formeln und Tafeln", Orell-Füssli Taschenrechner Voyage 200 oder TI-92 ohne Handbuch, zusätzlich ein Rechner vom Typ TI-30</i>												
Anweisungen zur Lösung der Prüfung	<p><i>Es wird Wert auf eine saubere Darstellung gelegt.</i></p> <p><i>Jede Aufgabe soll auf einem neuen Bogen begonnen werden und muss einen vollständigen und nachvollziehbaren Lösungsweg enthalten.</i></p> <p><i>Jeder Bogen ist mit dem Namen zu beschriften.</i></p>												
Anzahl erreichbarer Punkte	<table style="width: 100%; border: none;"> <tr> <td style="width: 50%;"><i>Aufgabe 1:</i></td> <td style="width: 50%;"><i>10</i></td> </tr> <tr> <td><i>Aufgabe 2:</i></td> <td><i>10</i></td> </tr> <tr> <td><i>Aufgabe 3:</i></td> <td><i>10</i></td> </tr> <tr> <td><i>Aufgabe 4:</i></td> <td><i>11</i></td> </tr> <tr> <td colspan="2" style="border-top: 1px solid black;"><i>Total:</i></td> </tr> <tr> <td></td> <td><i>41</i></td> </tr> </table>	<i>Aufgabe 1:</i>	<i>10</i>	<i>Aufgabe 2:</i>	<i>10</i>	<i>Aufgabe 3:</i>	<i>10</i>	<i>Aufgabe 4:</i>	<i>11</i>	<i>Total:</i>			<i>41</i>
<i>Aufgabe 1:</i>	<i>10</i>												
<i>Aufgabe 2:</i>	<i>10</i>												
<i>Aufgabe 3:</i>	<i>10</i>												
<i>Aufgabe 4:</i>	<i>11</i>												
<i>Total:</i>													
	<i>41</i>												
Notwendige Anzahl Punkte für Note 6	<i>37</i>												
Anzahl Seiten (inkl. Titelblatt)	<i>3</i>												

Aufgabe 1

10 Punkte (2+2+2+4)

Ein Dreieck ist gegeben durch die Punkte $A(4/-2/-3)$, $B(2/6/13)$ und $C(6/-1/17)$.

- Beweise, dass das Dreieck ABC rechtwinklig ist.
- Unter welchem Winkel schneidet die Gerade g , welche durch die Punkte A und B verläuft, die xy -Ebene?
- Der Punkt D ergänzt das Dreieck ABC zum Rechteck ABCD. Bestimme die Ecke D und den Mittelpunkt M des Rechtecks.
- Der Punkt S ist die Spitze einer geraden Pyramide mit der Grundfläche ABCD. S liegt auf einer Senkrechten zur Grundfläche durch M. Die Höhe der Pyramide ist gleich lang wie die längere Seite der Grundfläche.
Bestimme das Volumen der Pyramide und den Punkt S (eine Lösung für S genügt).

Aufgabe 2

10 Punkte (2+2+2+4)

Eine Funktion f_a wird definiert durch $f_a(x) = \frac{1}{a^2}(-x^3 + ax^2 - 3x^2 + 3ax)$, wobei a ein positiver Parameter ist.

- Bestimme die Zahl a so, dass die x -Koordinate des Wendepunktes von f_a gleich 5 ist.
- Der Graph von f_a und die x -Achse begrenzen im ersten Quadranten für jede positive Zahl a ein endliches Flächenstück. Bestimme den Parameter a so, dass der Flächeninhalt des beschriebenen Flächenstückes 11.25 wird.
- Der im 3. Quadranten gelegene Teil des Graphen von f_a rotiert um die x -Achse. Für welchen Wert von a ist das Volumen des entstehenden Rotationskörpers $\frac{72\pi}{35}$?
- Setze $a = 5$. Dem Flächenstück, welches der Graph von f_5 im 1. Quadranten mit der x -Achse einschliesst, soll ein möglichst grosses rechtwinkliges Dreieck ABC (rechter Winkel bei C) mit den folgenden Eigenschaften, einbeschrieben werden:
 - Die Ecke A liegt auf dem Graphen von f_5 und oberhalb der x -Achse
 - Die Ecke B liegt im Nullpunkt des Koordinatensystems
 - Die Ecke C (mit dem rechten Winkel) liegt auf der x -Achse.

Erstelle eine saubere Zeichnung und bestimme die Ecke A mit auf 4 Nachkommastellen genau gerundeten Koordinaten.

Aufgabe 3

10 Punkte (3+1+3+3)

Eine ganzrationale Funktion vom Grad 3 geht durch den Nullpunkt und hat an der Stelle $x = \frac{4}{3}$ einen Wendepunkt mit der Wendetangente $36x + 27y - 64 = 0$.

- Bestimme die Funktionsgleichung von f .
Wer die Funktionsgleichung nicht bestimmt hat, rechnet mit der Ersatzfunktion $f(x) = x^3 - 4x^2 + 4x$ weiter.
- Skizziere den Graphen von f für $-1 \leq x \leq +4$ (Einheit: 2 Häuschen).
- Die Parallele zur x -Achse durch den Hochpunkt von f begrenzt mit dem Graphen von f ein endliches Flächenstück. Bestimme dessen Flächeninhalt.
- Die Tangente, welche der Graph von f im Nullpunkt besitzt, wird mit t bezeichnet. Diese Tangente t hat mit dem Graphen von f einen weiteren gemeinsamen Punkt S . Bestimme diesen Punkt S und den Schnittwinkel, unter dem t den Graphen von f in S schneidet.

Aufgabe 4

11 Punkte (4+3+2+2)

In einer Urne befinden sich 20 mit einem Buchstaben beschriftete Kugeln. Zehn Kugeln tragen den Buchstaben A, acht ein B und die restlichen ein C. Durch Ziehen von Kugeln werden im folgenden Buchstabenfolgen, z.B. AAC, bestimmt. Solche Folgen werden Wörter genannt.

- Aus der Urne wird dreimal eine Kugel *ohne* Zurücklegen gezogen. Bestimme die Wahrscheinlichkeit folgender Ereignisse:
 E_1 : "Das Wort CAB wird bestimmt".
 E_2 : "Das Wort besteht aus verschiedenen Buchstaben".
 E_3 : "Alle drei Buchstaben des Wortes sind gleich".
 E_4 : "Das Wort enthält mindestens zwei A".
- Aus der Urne wird viermal eine Kugel *ohne* Zurücklegen gezogen. Es entstehen also Wörter mit 4 Buchstaben.
Mit welcher Wahrscheinlichkeit enthält das Wort genau drei A?
Berechne den prozentualen Fehler den man macht, wenn man die Wahrscheinlichkeit so berechnet, als würden die Kugeln jeweils nach jeder Ziehung wieder zurückgelegt.
- Wie viele Kugeln müssen der Urne *mit* Zurücklegen mindestens entnommen werden, damit das Wort mit wenigstens 90%iger Wahrscheinlichkeit mindestens ein C enthält?
- In einer weiteren Urne befinden sich 8 A-Kugeln, 8 B-Kugeln und 4 C-Kugeln.
Es wird folgendes Spiel angeboten: Man muss mit verbundenen Augen eine der beiden Urnen auswählen und *ohne* Zurücklegen zwei Kugeln aus der gewählten Urne ziehen. Sind beide gezogenen Kugeln B-Kugeln, dann erhält man 10 Franken, sind beide Kugeln C-Kugeln, dann erhält man 34 Franken. In allen anderen Fällen erhält man nichts.
Berechne die Wahrscheinlichkeit, dass man etwas ausbezahlt bekommt.
Angenommen, für das Spiel müsste ein Einsatz geleistet werden; für welchen Einsatz wäre das Spiel fair?