

Kantonsschule Luzern

Fach	<i>Schwerpunktfach Physik und Anwendungen der Mathematik</i>															
Prüfende Lehrpersonen	<i>AM: Anja Handschin P: Peter Mueller</i>	<i>anja.handschin@edulu.ch peter.mueller@edulu.ch</i>														
Klasse	<i>6Ra</i>															
Prüfungsdatum	<i>27. Mai 2010</i>															
Prüfungsdauer	<i>3 Stunden = 180 Minuten</i>															
Erlaubte Hilfsmittel	<ul style="list-style-type: none"> <li>• <i>Formelsammlung DMK</i></li> <li>• <i>Formelsammlung „Physik“, A. Wetzel, 2009</i></li> <li>• <i>Taschenrechner Rechner TI-92 / Voyage 200</i></li> </ul>															
Anweisungen zur Lösung der Prüfung	<ul style="list-style-type: none"> <li>• <i>Die Aufgaben Physik (Nr. 1 – 5) und die Aufgaben Anwendungen der Mathematik (Nr. 6 – 8) sind auf separaten Bögen zu lösen.</i></li> <li>• <i>Die Lösungen sind sauber darzustellen und ausführlich zu dokumentieren.</i></li> <li>• <i>Der Einsatz der Hilfsmittel ist klar anzugeben.</i></li> </ul>															
Anzahl erreichbarer Punkte	<table style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <thead> <tr> <th style="text-align: left;"><i>Physik</i></th> <th style="text-align: right;"><i>Mathematik</i></th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td><i>Aufgabe 1: 6</i></td> <td style="text-align: right;"><i>Aufgabe 6: 10</i></td> </tr> <tr> <td><i>Aufgabe 2: 6</i></td> <td style="text-align: right;"><i>Aufgabe 7: 10</i></td> </tr> <tr> <td><i>Aufgabe 3: 6</i></td> <td style="text-align: right;"><i>Aufgabe 8: 10</i></td> </tr> <tr> <td><i>Aufgabe 4: 6</i></td> <td></td> </tr> <tr> <td><i>Aufgabe 5: 6</i></td> <td></td> </tr> <tr> <td colspan="2" style="border-top: 1px solid black; text-align: right;"><i>Total: 60</i></td> </tr> </tbody> </table>	<i>Physik</i>	<i>Mathematik</i>	<i>Aufgabe 1: 6</i>	<i>Aufgabe 6: 10</i>	<i>Aufgabe 2: 6</i>	<i>Aufgabe 7: 10</i>	<i>Aufgabe 3: 6</i>	<i>Aufgabe 8: 10</i>	<i>Aufgabe 4: 6</i>		<i>Aufgabe 5: 6</i>		<i>Total: 60</i>		
<i>Physik</i>	<i>Mathematik</i>															
<i>Aufgabe 1: 6</i>	<i>Aufgabe 6: 10</i>															
<i>Aufgabe 2: 6</i>	<i>Aufgabe 7: 10</i>															
<i>Aufgabe 3: 6</i>	<i>Aufgabe 8: 10</i>															
<i>Aufgabe 4: 6</i>																
<i>Aufgabe 5: 6</i>																
<i>Total: 60</i>																
	<i>Die Note 6 wird für 50 Punkte erteilt</i>															
Anzahl Seiten (inkl. Titelblatt)	<i>6</i>															

# PHYSIK

Die folgenden Schritte deiner Antwort werden bewertet:

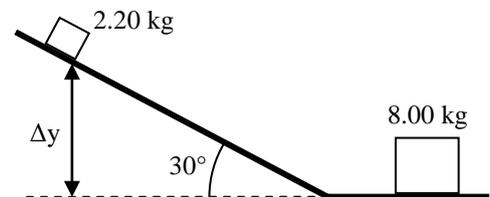
1. Physikalische Idee: Dokumentiert mittels Formeln und/oder nachvollziehbarer Beschreibung der physikalischen Zusammenhänge.
2. In die Formel korrekt eingesetzte gegebene Grössen (Zahlen mit Masseinheiten)
3. Endergebnis mit korrektem Formelzeichen, Zahlenwert und korrekter Masseinheit. Der Zahlenwert auf 4 signifikante Stellen gerundet.

Der Gebrauch von SOLVE zum Lösen der Aufgaben ist erlaubt, d.h. Gleichungen und Gleichungssysteme müssen nicht nach der gesuchten Variablen aufgelöst werden.

## 1. Impuls und Stösse / Kinematik

a) 2 Pte      b) 2 Pte      c) 2 Pte

Ein kleiner Klotz (Masse 2.20 kg) gleitet aus einer unbekanntem Höhe  $\Delta y$  eine  $30.0^\circ$  schiefe Ebene hinunter. Unten stösst er einen grossen Klotz (Masse 8.00 kg). Der grosse Klotz ist auf einer horizontalen Ebene in Ruhe (siehe Figur). Vernachlässige die Reibung.

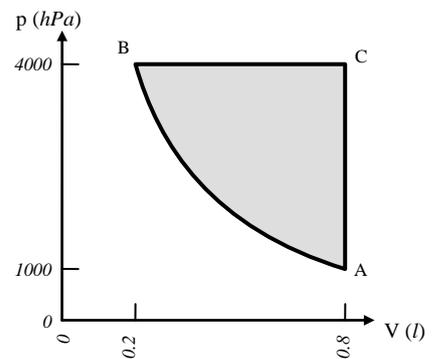


- a) In welcher Höhe wurde der kleine Klotz losgelassen, wenn die Geschwindigkeit des grossen Klotzes  $4 \text{ m/s}$  beträgt, nachdem er durch den kleinen Klotz vollkommen elastisch gestossen wurde?
- b) Wie gross ist die mittlere Kraft, welche der kleine Klotz beim elastischen Zusammenstoss erfährt? Nimm an, dass der Zusammenstoss  $0.1$  Sekunden gedauert hat.
- c) Nach der ersten Kollision werden die beiden Klötze wieder zusammenstossen. Beschreibe die Schritte, welche Du beachten musst, wenn Du die totale Zeit zwischen dem ersten und dem zweiten Zusammenstoss berechnen müsstest. Du musst das Resultat selber nicht berechnen.

**2. Erster Hauptsatz der Thermodynamik / Wärmekraftmaschine**

a) 1.5 Pte      b) 2.5 Pte      c) 2 Pte

Ein Zylinder mit einem Kolben (wie eine Fahrradpumpe) beinhaltet ein monoatomares, ideales Gas von 0.8 Liter bei 1000 hPa und 300 K (Punkt A). Zuerst wird es isotherm auf 0.2 Liter Volumen komprimiert, wobei sich der Druck auf 4000 hPa erhöht (Punkt B). Dann wird es unter isobaren Bedingungen auf 1200 K erhitzt, wobei das Gas wieder das Originalvolumen erreicht (Punkt C). Zuletzt kühlt man es isochor bis zum Ausgangszustand ab.



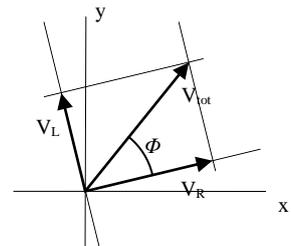
- a) Wie gross ist die Anzahl Mole des Gases?
- b) Berechne die vom Gas verrichtete Nettoarbeit im Prozess (A->B->C->A).
- c) Wie gross ist der Wirkungsgrad des Prozesses (A->B->C->A)?  
Falls Du den Aufgabenteil b) nicht lösen konntest, nimm für die vom Gas verrichtete Nettoarbeit  $W_{\text{netto}} = -150 \text{ J}$  an.

**3. Wechselstromschaltung**

a) 2 Pte      b) 2 Pte      c) 2 Pte

Du hast einen Widerstand, eine Induktivität und eine Wechselspannungsquelle. Sie sind in Serie zu einem elektrischen Stromkreis verbunden.

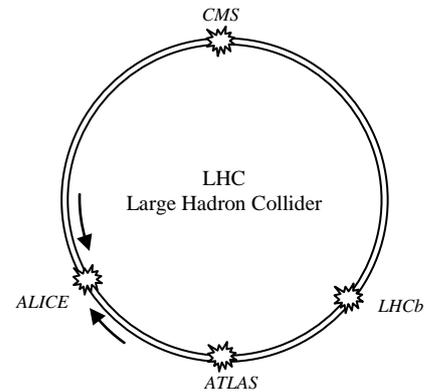
- a) Bei einer Frequenz von 50 Hz misst Du eine Impedanz von  $50 \Omega$ , wobei die Spannung dem Strom um  $30^\circ$  voraus geht. Berechne aus diesen Angaben die Induktivität L und den Widerstand R.
- b) Die Wechselspannungsquelle hat eine Spitzenspannung von 10 V. Wie gross ist die Wirkleistung dieser Schaltung?
- c) Nebenstehend ist das zu obiger Aufgabenstellung entsprechende Zeigerdiagramm. Nimm an, die Induktivität sei eine luft-gefüllte Spule. Nun steckst Du ein Stück Eisen in diese Spule. Peter behauptet, dass dadurch der Phasenwinkel  $\Phi$  kleiner wird. Stimmt seine Behauptung? Begründe oder widerlege sie.



**4. Spezielle Relativitätstheorie / „Fadenstrahlröhre“**

a) 2 Pte      b) 2 Pte      c) 2 Pte

Letztes Jahr wurde der LHC (Large Hadron Collider) zum ersten Mal gestartet. Ein kreisförmiger Kollisionstunnel beherbergt zwei benachbarte parallele Röhren, welche jeweils einen Protonenstrahl beinhalten. Die Protonenstrahlen verlaufen in gegenläufiger Richtung. An vier Stellen, wo die Experimente ALICE, ATLAS, CMS und LHCb durchgeführt werden, können die Strahlen zur Kollision gebracht werden.



- a) Von ALICE aus gesehen, nähern sich die Protonenstrahlen von jeweils einer Seite. Da keine Experimente gemacht werden, haben die Protonenstrahlen eine relative Geschwindigkeit von  $0.7c$  von ALICE aus gesehen. Wie gross ist die Geschwindigkeit eines Protonenstrahls gemessen im Inertialsystem des anderen Protonenstrahls?
- b) Um nun die beabsichtigten Experimente zu machen, wird die Geschwindigkeit in einem ersten Schritt auf  $0.9991c$  erhöht. Wie viel Energie wird benötigt um ein Proton von den ursprünglichen  $0.7c$  auf die beabsichtigten  $0.9991c$  zu beschleunigen? Geben Sie Ihre Antwort in „GeV“.
- c) Die Protonenstrahlen werden durch Magnete auf ihrer Kreisbahn gehalten. Wie gross muss die magnetische Feldstärke  $B$  sein, damit dies bei  $0.9991c$  möglich ist. Nimm an, dass die Kreisbahn einen Radius von  $4,25$  km hat.

**5. Radioaktivität / Wärme**

a) 1.5 Pte      b) 2.5 Pte      c) 2 Pte

Du hast eine radioaktive Quelle, welche das Kobaltisotop Co-60 enthält. Co-60 zerfällt in das stabile Nickelisotop Ni-60 unter gleichzeitiger Aussendung von zwei Gammaquanten und einem  $\beta^-$ -Teilchen.

- a) Du misst für die Quelle eine Aktivität von  $3,495 \cdot 10^{15}$  Bq mit einem Geiger-Zähler, welcher auf  $\alpha$ ,  $\beta^-$  and  $\gamma$  Teilchen anspricht. Berechne die in der Quelle enthaltene Masse (in Gramm) des Isotops Co-60.
- b) Diese Quelle wird dazu benützt um Wasser aufzuheizen. Du hast 3 dl Wasser bei  $20^\circ\text{C}$  und platzierst nun die Quelle darin. Wie lange dauert es um das Wasser auf seinen Siedepunkt zu bringen? Nimm an, dass 10% der pro Zerfall freiwerdenden Energie im Wasser absorbiert wird. Des Weiteren kannst Du annehmen, dass sich die Aktivität während des Erwärmens nicht ändert.
- c) Du möchtest nun das Alter der Quelle bestimmen. Dazu kannst Du annehmen, dass die Quelle am Anfang zu 100 % aus dem Kobaltisotop Co-60 bestanden hat. Beschreibe Schritt für Schritt Dein Vorgehen und was Du eventuell noch messen musst.

## ANWENDUNGEN der MATHEMATIK

### 6. Affine Abbildungen

a) 2.5 Pte      b) 2 Pte      c) 3.5 Pte      d) 2 Pte

Gegeben ist eine Abbildung  $\alpha: \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{8}{5} & \frac{6}{5} \\ c & \frac{8}{5} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 6 \\ 3 \end{pmatrix}$  mit  $c \in \mathbb{R}$ .

- Sei  $c = -\frac{6}{5}$ . Charakterisiere diese Ähnlichkeitsabbildung. Gib gegebenenfalls Drehwinkel, Drehzentrum, Spiegelungsachse, Streckzentrum, Streckfaktor oder Verschiebungsvektor an.
- Sei  $c = \frac{3}{10}$ . Zeige, dass nun eine perspektive Affinität vorliegt und charakterisiere sie mit Hilfe ihrer Affinitätsachse und ihrer Affinitätsrichtung.
- Sei wiederum  $c = \frac{3}{10}$ . Die perspektive Affinität bildet das Dreieck PQR auf das neue Dreieck P'Q'R' ab mit P'(-2.3/0), Q'(0/-5) und R'(x'/0). Der Flächeninhalt des Bilddreiecks beträgt 22 Flächeneinheiten. Berechne den Flächeninhalt des Originaldreiecks sowie die Koordinaten von R' und R.
- Sei  $c = 0$ . Stelle die Gleichung des Bildes der Geraden  $g: y = 4x + 5$  auf.

### 7. Differentialgleichungen

a) 3 Pte      b) 4.5 Pte      c) 1 Pte      d) 1.5 Pte

Gegeben ist die Differentialgleichung (DGL)  $\frac{1}{2} y' \sin(2x) - y + \sin^3(x) = 0$ .

Bestimme

- die allgemeine Lösung der homogenen DGL durch Separation der Variablen,
- eine Lösung der inhomogenen DGL mit Variation der Konstanten,
- die allgemeine Lösungen der inhomogenen DGL,
- mit Hilfe von c) die Lösungen der inhomogenen DGL für  $y\left(\frac{\pi}{6}\right) = \frac{3}{2}$ .

**8. Komplexe Funktionen**

a) 4 Pte      b) 1 Pte      c) 3.5 Pte      d) 1.5 Pte

Ein regelmässiges Sechseck ABCDEF mit  $A(-2)$  und  $F\left(-\frac{1}{2} + \frac{3\sqrt{3}}{2}i\right)$  ist positiv orientiert.

- a) Berechne die Koordinaten des Eckpunktes B und des Mittelpunktes M dieses regelmässigen Sechsecks.
- b) Bestimme die Kreisgleichung des Umkreises dieses Sechsecks.

Wer die Kreisgleichung nicht bestimmt hat, rechnet mit der Ersatzgleichung

$$k: \frac{(x-2)^2}{4} + \frac{y^2}{4} = 1 \text{ weiter.}$$

Gegeben ist die komplexe Funktion  $f(z) = \frac{1}{4}[(6-3i)z + (2+i)\bar{z}]$ .

- c) Bestimme und charakterisiere das Bild des Kreises aus Teilaufgabe b) unter der Funktion  $f(z)$ .
- d) Bestimme das Urbild der Geraden  $y = \frac{1}{4}x$  unter der Funktion  $f(z)$ .