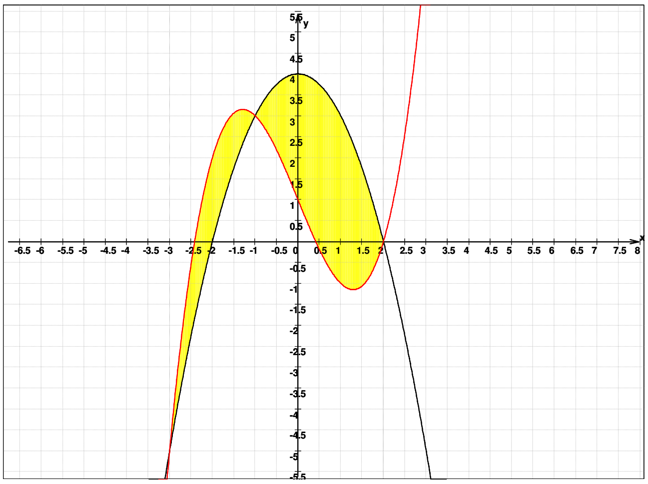
Resultate

Aufgabe 1

a)



$H(-1.3/3.2)$ und $T(1.3/-1.2)$

b) Die Schnittpunkte sind somit $S_1(-3/-5)$ $S_2(-1/3)$ $S_3(2/0)$

c) Gleichungen der Tangenten t_f und t_g im Schnittpunkt $S_3(2/0)$

t_f : $y = 3.5x - 7$

t_g : $y = -4x + 8$

d) $\varphi \cong 30°$

e) Berechne den Flächeninhalt der beschränkten Fläche, die K_f und K_g einschliessen.

$\approx 10.54\,\text{FE}$

Aufgabe 2

a)

$$\underline{\underline{f_1(x) = 3x + 12}}\ \left[= 3(x+4) + 0\right]$$

$$\underline{\underline{f_2(x) = -2\sin\left(\frac{\pi}{6}x\right) + 1}}$$

b)

Länge des Fisches: $\underline{\underline{20}}$

c)

$\underline{\underline{x = \frac{31}{3}}}$ Hochpunkt grösste Querschnittsfläche: $\left(f_3\left(\frac{31}{3}\right)\right)^2 \pi = \underline{\underline{\frac{4913\pi}{108} \approx 142.91}}$

d)

$$V = \underline{\underline{\frac{1340}{3}\pi + 24 \approx 1427.24}}$$

Aufgabe 3

a)

$$\underline{\underline{S\left(\frac{7}{3}/\frac{7}{3}/\frac{7}{3}\right)}}$$

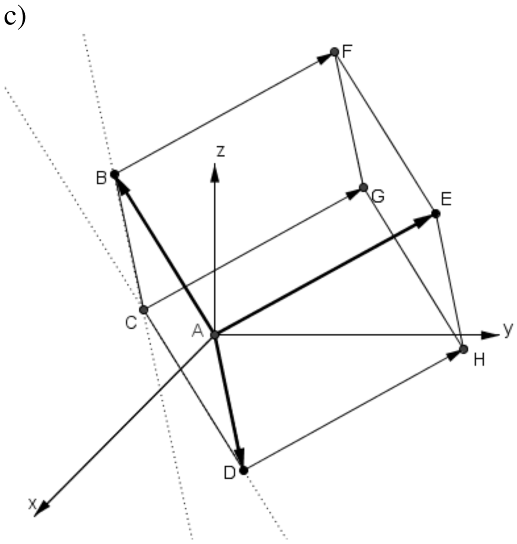
b)

$$\left|\overrightarrow{r_B}\right| = \sqrt{9+4+36} = 7 \qquad \left|\overrightarrow{r_D}\right| = \sqrt{36+9+4} = 7 \qquad \left|\overrightarrow{r_E}\right| = \sqrt{4+36+9} = 7$$

$$\overline{r_B} \cdot \overline{r_D} = \begin{pmatrix} 3 \\ -2 \\ 6 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 6 \\ 3 \\ -2 \end{pmatrix} = 0 \qquad \overline{r_B} \cdot \overline{r_E} = \begin{pmatrix} 3 \\ -2 \\ 6 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -2 \\ 6 \\ 3 \end{pmatrix} = 0 \qquad \overline{r_D} \cdot \overline{r_E} = \begin{pmatrix} 6 \\ 3 \\ -2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -2 \\ 6 \\ 3 \end{pmatrix} = 0$$

Also: $\underline{\underline{\left|\overrightarrow{r_B}\right| = \left|\overrightarrow{r_D}\right| = \left|\overrightarrow{r_E}\right| = 7}}$ und $\underline{\underline{\overline{r_B} \perp \overline{r_D} \qquad \overline{r_B} \perp \overline{r_E} \qquad \overline{r_D} \perp \overline{r_E}}}$ also **Würfel**

c)



$$\underline{\underline{C(9/1/4) \quad F(1/4/9) \quad G(7/7/7) \quad H(4/9/1)}}$$

d)

$$\underline{\underline{E_1 : x+y+z-7=0}}$$

e)

$$\underline{\underline{E_2 : 11x-5y+z=0}}$$

Schnittgerade s: $\vec{r} = \frac{7}{16}\begin{pmatrix} 5 \\ 11 \\ 0 \end{pmatrix} + \tilde{t}\begin{pmatrix} -\frac{3}{8} \\ -\frac{5}{8} \\ 1 \end{pmatrix} \qquad \underline{\underline{\vec{r} = \frac{7}{16}\begin{pmatrix} 5 \\ 11 \\ 0 \end{pmatrix} + t\begin{pmatrix} 3 \\ 5 \\ -8 \end{pmatrix}}}$

f)

$$\arccos\left(\frac{98}{7\sqrt{2} \cdot 7\sqrt{3}}\right) \underline{\underline{\approx 35.26°}}$$

Aufgabe 4

a) $\underline{\underline{1680}}$

b) $\underline{\underline{4320}}$

c) $\underline{\underline{\frac{25}{216}}}$

d) $\underline{\underline{0.079}}$

e) Es muss mindestens **38mal** gespielt werden.

f) X: ausbezahlter Betrag

$E(X) = 2.55\,\text{USD}$

Das Spiel ist nicht fair, da der Einsatz des Spielers grösser ist als der zu erwartende Gewinn.

Alternative:
X: Reingewinn des Spielers

$E(X) = -0.45\,\text{USD}$

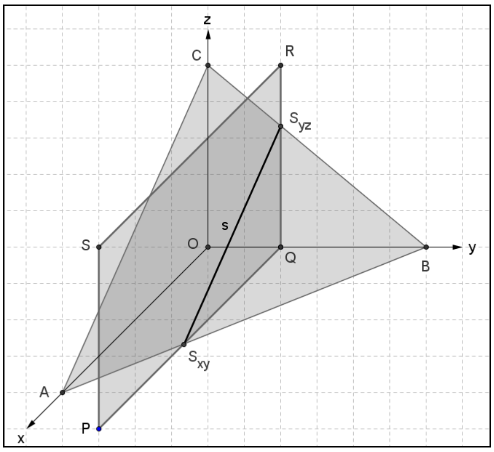
Das Spiel ist nicht fair, da bei vielen Wiederholungen ein Verlust von 0.45 USD pro Spiel für den Spieler zu erwarten ist.

Resultate

		a	b	c	d	e	Punkte
Aufgabe 1	**Vektorgeometrie**	3	2	2	1	2	**10**

$A(6|0|0)$
$B(0|5|0)$
$C(0|0|4)$

$P(a|2|0)$
$Q(0|2|0)$
$R(0|2|4)$
$S(a|2|4)$



a) Koordinatengleichung von E: $\underline{\underline{10x+12y+15z-60=0}}$

Koordinatengleichung von F: $\underline{\underline{y=2}}$

b) $\underline{\underline{s:\vec{r}=\begin{pmatrix}\frac{18}{5}\\2\\0\end{pmatrix}+t\cdot\begin{pmatrix}3\\0\\-2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}3.6\\2\\0\end{pmatrix}+t\cdot\begin{pmatrix}3\\0\\-2\end{pmatrix}}}$

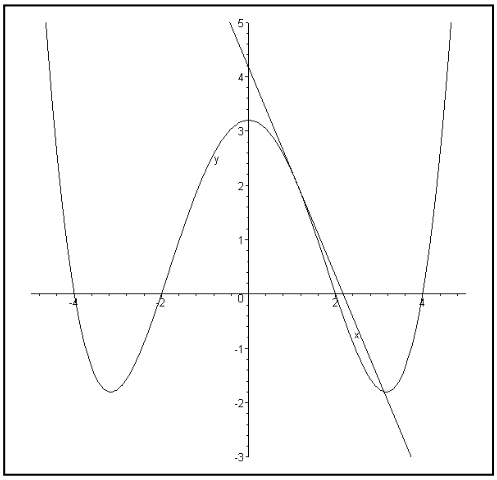
c) Spuren von s: $\underline{\underline{S_{xy}\left(\tfrac{18}{5}|2|0\right)=\left(3.6|2|0\right)}}$

S_{xz} : $y=0$ nicht möglich, also kein Spurpunkt in der xz-Ebene: $s\,//\,xz-Ebene$

$\underline{\underline{S_{yz}\left(0|2|\tfrac{12}{5}\right)=\left(0|2|2.4\right)}}$

d) $\underline{\underline{\overline{S_{xy}S_{yz}}=\frac{6}{5}\cdot\sqrt{13}}}\approx 4.33$ e) $\underline{\underline{\alpha\approx 33.69°}}$

		a	b	c	d		Punkte
Aufgabe 2	**Analysis**	2.5	3	2	3.5		**11**



a) $f(x) = 0.05x^4 - x^2 + 3.2$

b) $x_{1,2} = \pm 2; x_{3,4} = \pm 4$

Extrema: $\text{Maximum } H\left(0 \middle| 3.2\right)$; $\text{Minima } T_{1,2}\left(\pm\sqrt{10} \middle| -\frac{9}{5}\right)$

c) Tangentengleichung in $P\left(u \middle| f(u)\right)$:

$$y = \left(\frac{u^3}{5} - 2u\right) \cdot x + \left(-\frac{3}{20}u^4 + u^2 + \frac{16}{5}\right)$$

$$x = 0 \Rightarrow y_s = -\frac{3}{20}u^4 + u^2 + \frac{16}{5}$$

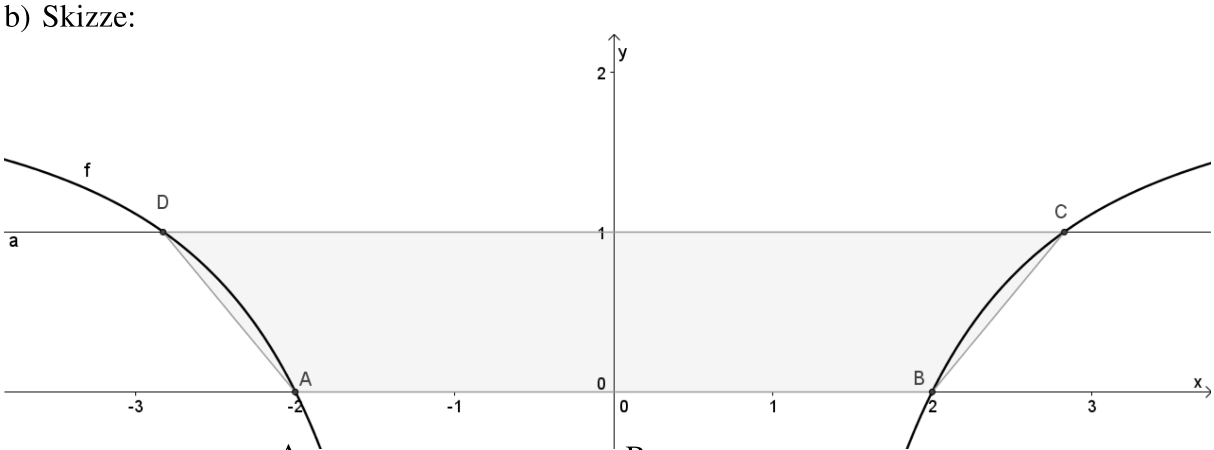
$$y = 0 \Rightarrow x_s = \frac{-\frac{3}{20}u^4 + u^2 + \frac{16}{5}}{2u - \frac{u^3}{5}} = \frac{3u^4 - 20u^2 - 64}{4u\left(u^2 - 10\right)}$$

d) Randstellen: $\left.\begin{matrix} h(2) = 9.6 \\ h(0) = \infty \end{matrix}\right\} \Rightarrow u_2 = 1.08782$ ist Minimalstelle

		a	b	c	d	e	Punkte
Aufgabe 3	**Analysis**	1.5	1.5	1	3	2	**9**

a) Nullstellen: $x = \pm 2$
Asymptoten:
Senkrechte Asymptote $x = 0$
Waagrechte Asymptote $y = 2$

b) Skizze:



A B

c) Berechnung der Schnittpunkte C und D: $C\left(2\sqrt{2} \middle| 1\right); D\left(-2\sqrt{2} \middle| 1\right)$

d) A_T ist ca. 3% grösser als A.

e) 15.56 VE

		a	b	c	Punkte
Aufgabe 4	**Wahrscheinlichkeit**	3	4	3	**10**

a)

$P(A)=\frac{5}{33}\approx 15.15\% \quad P(B)=\frac{2}{11}\approx 18.18\% \quad P(C)=\frac{19}{66}\approx 28.79\%$

b) Das Spiel ist langfristig für Reto vorteilhaft, da der durchschnittliche Gewinn pro Spiel etwa 29 Rappen beträgt.

Bedingungen für ein faires Spiel:
Lea sollte 2.50 Franken erhalten.

c) X Anzahl der gezogenen CDs von den Black Eyed Peas

$P(D)=P(X=5)=\binom{8}{5}\cdot 0.2^5\cdot 0.8^3\approx 0.92\%$

Z Anzahl der gezogenen CDs von Eric Clapton

$P(E)=P(Z\le 6)=1-P(Z\ge 7)=1-\binom{8}{7}\cdot 0.5^7\cdot 0.5-\binom{8}{8}\cdot 0.5^8\approx 96.48\%$

Reto muss mindestens 13 CDs ziehen.

Resultate

Aufgabe 1:

a) $E:\ 2x-2y-z=0$

b) $D(2/4/-4)$

c) $S(1/5/1)$

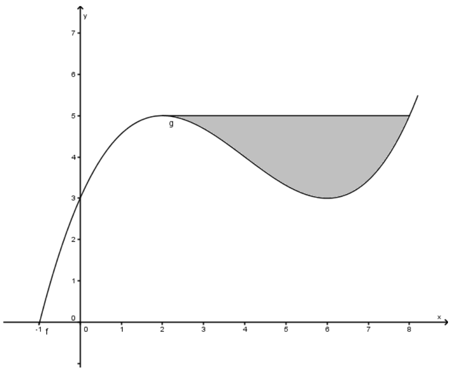
d) Neigungswinkel $\varphi=19.47°$

e) $Q\left(\frac{2}{3}\Big/\frac{10}{3}\Big/\frac{2}{3}\right)$

Aufgabe 2:

a) $f(x)=\frac{1}{16}x^3-\frac{3}{4}x^2+\frac{9}{4}x+3$

b) Nullstelle x=-0.98 (Näherungslösung mit TR)
HP(2/5), TP(6/3)



c) $V = \frac{1998\pi}{35}$

d) Für $k = \frac{2\left(\sqrt{6}+3\right)}{3} \cong 3.63$ minimal

Aufgabe 3:

a) Schiefe Asymptote $y = x - 1$
vertikale Asymptote x=1

b) F=9.00

c) $P(4/6.25)$

d) x=3.78

Aufgabe 4:

a) a_1) $p = \left(\frac{4}{5}\right)^6$

a_2) $p = \frac{1}{5}$

a_3) $p = 0.90$

b) mindestens 14 Ziehungen

c) $E(X) \cong -0.064$, dh. im Mittel beträgt der Verlust pro Spiel 6.4 Rappen.

Aufgabe 5:

a) 4'136

b) b_1) $20!$

b_2) $12! \cdot 8!$

Resultate

Aufgabe 1 — 9 Punkte

a) $|\overrightarrow{AB}|=|\overrightarrow{BC}|=|\overrightarrow{CD}|=|\overrightarrow{AD}|=30$

$\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{BC}=0 \quad\Rightarrow\quad \overrightarrow{AB}\perp\overrightarrow{BC}$

$\Rightarrow \quad ABCD$ ist ein Quadrat

Mittelpunkt M des Quadrats: $M(5/0/-3)$

$\overrightarrow{MS}\cdot\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{MS}\cdot\overrightarrow{BC}=0 \quad\Rightarrow\quad \overrightarrow{MS}\perp E(ABCD)$

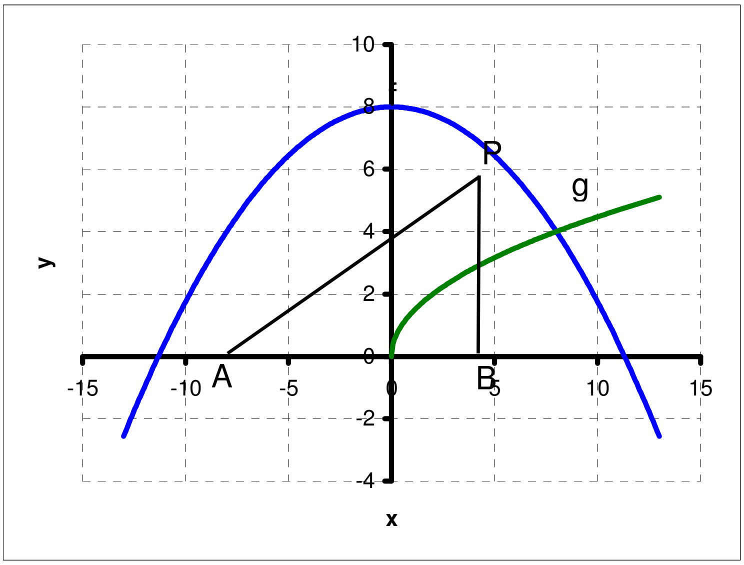
$\Rightarrow \quad ABCDS$ ist eine gerade quadratische Pyramide

b) $E: 2x+17y+16z-232=0$

c) $V=\frac{1}{3}A_G h=\frac{1}{3}|\overrightarrow{AB}|^2|\overrightarrow{MS}|=5400$

d) Durchstosspunkt: $Q\left(\frac{23}{3}/\frac{26}{3}/\frac{13}{3}\right)$

Aufgabe 2 — 11 Punkte



a) $P(8/4)$

b) $P(\frac{16}{5}/\frac{184}{25})$

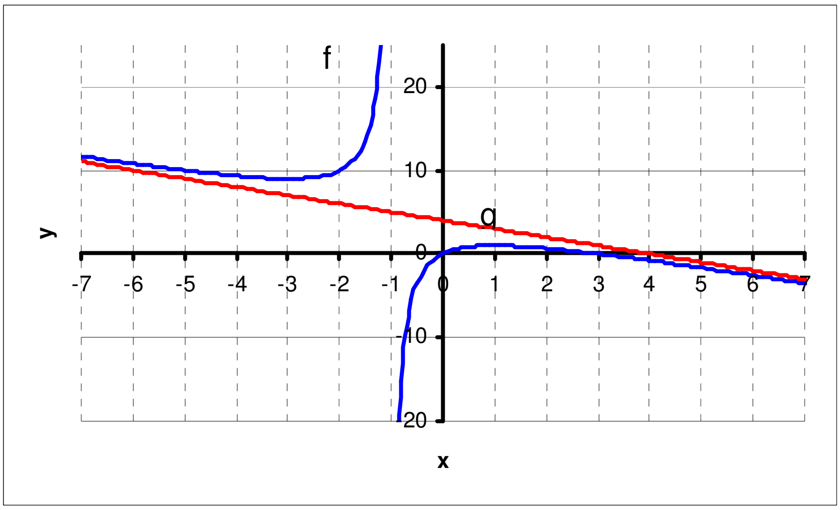
c) $\alpha\approx 59.04°$

d) $V=\frac{896}{5}\pi$

Aufgabe 3	**12 Punkte**

a) Für $a = 3$ hat die Kurve k_3 bei $x = 1$ ein Maximum.

b) Nullstellen: $x_{N1} = 0, x_{N2} = 3$
Polstelle: $x = -1$
Hochpunkt $H(1/1)$, Tiefpunkt $T(-3/9)$
f_3 hat keine Wendepunkte
Asymptote: $g(x) = -x + 4$
vertikale Asymptote bei $x = -1$



c) Die Hochpunkte befinden sich auf dem Ast im ersten Quadranten der Normalparabel $y = x^2$.

Aufgabe 4	**9 Punkte**

a1) X : Anzahl Siege von Weissenfurt
$P(X \geq 9) \approx 0.712$

a2) 18 Rennen

b1) $P($Trallop gewinnt 1x$) \approx 0.168$

b2) $P($Alrik rudert mit oder Donnerbach gewinnt Heimrennen$) = 0.769$

b3) erwarteter Gewinn$= 8.11$
Es lohnt sich, das Gasthaus geöffnet zu haben!

Aufgabe 5 **4 Punkte**

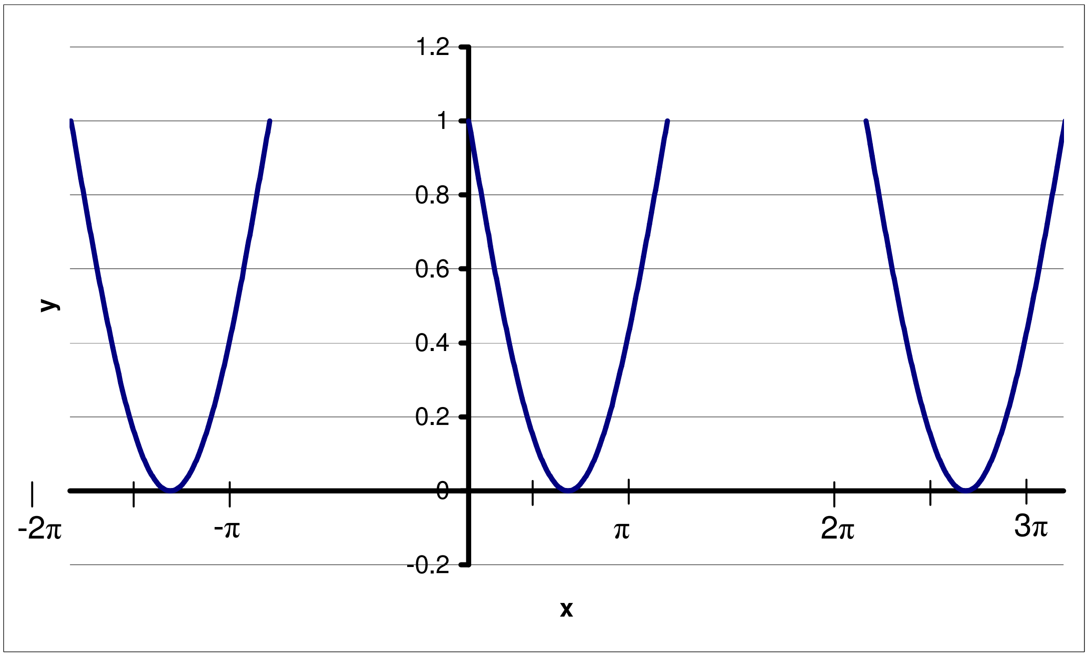
5.1. Es muss gelten: $-1 \le y \le 1$

Funktionsgleichung: $y = 1 - \sin(x)$ (●)

Unterscheidung der möglichen Fälle:

$-1 < y < 0$: Gleichung (●) nicht lösbar, da $\sin(x) < 1$

$0 \le y \le 1$: Gleichung (●) nur lösbar, falls $\sin(x) > 0$. Dies bedeutet: $x \in [2n, 2n + \pi]$ für $n \in Z$



5.2. Die parallele Gerade muss im Abstand $h = \frac{\sqrt{2 \cdot (\sqrt{33} + 15)}}{8}$ zur Grundlinie AM gewählt werden.

KURZLÖSUNGEN **SCHWERPUNKTFACH/TEIL SPM**

Resultate

Ausführliche Lösungswege am Ende der Aufgabendatei.