

Zeit: 180 Minuten

Die Lösungen sind sauber darzustellen und ausführlich zu dokumentieren.

Die Aufgaben Physik Nr. 1 - 5 und die Aufgaben Anwendungen der Mathematik Nr. 6 - 8 sind auf separaten Bögen zu lösen.

Die Note 6 wird für 50 Punkte erteilt.

*Der Einsatz der Hilfsmittel ist klar anzugeben.*

*Hilfsmittel: Formelsammlung DMK und CAS Rechner.*

## PHYSIK

### 1. Mechanik (6 Punkte)

Ein homogener Vollzylinder erhält eine zur Achse konzentrische Bohrung. Dadurch verliert er die Hälfte seiner ursprünglichen Masse.

- Berechne das Verhältnis Aussenradius : Innenradius =  $r_1 : r_2$ .
- Berechne das Trägheitsmoment des Hohlzylinders bezüglich der Rotationsachse, ausgedrückt mit dem Aussenradius  $r_1$  und der Masse  $m$  des Hohlzylinders (Herleitung verlangt).
- Der Hohlzylinder rollt eine schiefe Ebene mit Höhendifferenz  $h = 2.4$  m herab, ohne dabei zu rutschen. Die Rollreibung wird vernachlässigt. Bestimme den Geschwindigkeitsunterschied zwischen diesem rollenden Zylinder und einem reibungsfrei herabgleitenden Klötzchen am Ende der schiefen Ebene.

### 2. Kalorimetrie (6 Punkte)

- Erkläre den Vorgang des Schmelzens.
- In einem Kalorimetergefäss befinden sich  $m_1 = 300$  Gramm Wasser der Temperatur  $\vartheta_1 = 20.0$  °C. Man mischt  $m_2 = 200$  Gramm Wasser der Temperatur  $\vartheta_2 = 30.0$  °C dazu. Es stellt sich die Mischtemperatur  $\vartheta' = 23.8$  °C ein. Der Wasserwert eines Kalorimetergefässes gibt an, wieviel Masse Wasser anstelle des Gefässes bei gleicher Energiezufuhr zu erwärmen wäre, um dieselbe Temperaturerhöhung zu erzielen. Bestimme diesen Wasserwert zuerst allgemein, dann mit den gegebenen Zahlengrössen.
- Man benützt das Kalorimetergefäss der Aufgabe b), um die Schmelzwärme von Eis zu bestimmen. Im Gefäss befinden sich  $m_3 = 400$  g Wasser der Temperatur  $\vartheta_3 = 25.0$  °C. Man fügt nun  $m_4 = 50$  g trockenes Eis der Temperatur  $\vartheta_4 = 0.0$  °C zu und rührt um, bis alles Eis geschmolzen ist. Das Thermometer zeigt nun  $\vartheta'' = 14.0$  °C. Bestimme die spezifische Schmelzwärme von Wasser aus diesem Experiment zuerst allgemein, dann mit den gegebenen Zahlengrössen. Wenn die Lösung b) nicht gelang, setze  $W = 25$  g.

### 3. Millikan Versuch (7 Punkte)

- Erkläre den historischen Versuch von Millikan zur Bestimmung der elektrischen Elementarladung: Erwartet wird eine Darlegung aller für den Versuch relevanten Kräfte mit ihrer formelmässigen Darstellung und Wirkungsrichtung sowie die Erläuterung der statischen Messmethode.
- Für die statische Methode ist zuerst der Radius des Öltröpfchens zu bestimmen. Man arbeitet zunächst ohne Spannung am Kondensator. Hierzu die folgenden Angaben: Öldichte  $\rho_1 = 875 \text{ kg/m}^3$ ; Luftdichte  $\rho_2 = 1.3 \text{ kg/m}^3$ ; Viskosität der Luft  $\eta = 7.25 \cdot 10^{-6} \text{ Nsm}^{-2}$ . Die konstante Fallgeschwindigkeit  $v$  des Tröpfchens ergibt sich aus Strecken- und Zeitmessung mit  $v = 1.20 \cdot 10^{-4} \text{ m/s}$ .
- Anschliessend reguliert man die Spannung  $U$  am Kondensator mit dem Plattenabstand  $d = 6.00 \text{ mm}$  so, dass das Tröpfchen am Ort schwebt. Das Voltmeter zeigt:  $U = 69 \text{ V}$ . Bestimme damit die Ladung des Öltröpfchens. Wie viele Elementarladungen sind das?

### 4. Harmonische Schwingungen (5 Punkte)

Zwei harmonische Schwingungen mit gleicher Frequenz  $f$  und Schwingungsrichtung überlagern

sich. Ihre Amplituden sind  $\hat{y}_1 = 2 \text{ cm}$ ,  $\hat{y}_2 = 3 \text{ cm}$ . Ihre Phasen sind  $\varphi_1 = 0$ ,  $\varphi_2 = \frac{2\pi}{3}$ .

Die Elongation der ersten Schwingung ist zu Beginn  $y(0s) = 0 \text{ cm}$ . Die zweite Schwingung läuft der ersten voraus.

- Notiere die Gleichungen für die Elongationen  $y_1(t)$ ,  $y_2(t)$  der beiden Schwingungen.
- Notiere die Gleichungen für die Geschwindigkeiten  $\dot{y}_1(t)$ ,  $\dot{y}_2(t)$  der beiden Schwingungen.
- Stelle das Zeigerdiagramm massstäblich korrekt dar.
- Bestimme die Amplitude  $\hat{y}$  und Phase  $\varphi$  der Resultierenden (Überlagerung).

### 5. Doppler Effekt und Quantenenergie (6 Punkte)

Ein Stern entfernt sich von unserer Erde mit der unbekanntem Geschwindigkeit  $v$ . Zur Ermittlung dieser Geschwindigkeit beobachtet man eine bestimmte Spektrallinie und stellt fest, dass ihre Wellenlänge  $\lambda$  um 2.45 % durch den Doppler Effekt rot verschoben, also grösser geworden ist.

- Erkläre, warum sich für die vorliegende Aufgabenstellung kein Unterschied ergeben darf, egal ob sich nun die Lichtquelle oder der Beobachter entfernt.
- Bestimme die Relativgeschwindigkeit des Sterns zur Erde.
- Wie gross ist die Energie eines Lichtquants der Wellenlänge  $\lambda = 521 \text{ nm}$  im Ruhssystem des Sterns und im System Erde, je ausgedrückt in Joule und in eV?

## ANWENDUNGEN der MATHEMATIK

### 6. Differentialgleichungen (10 Punkte)

Ein Düsen - Jet hat eine Landegeschwindigkeit von 125 m/s. Bei der Landung auf einem Flugzeugträger wird er mit einem Fangseil und Bremsschirmen abgebremst. Die **negative** Beschleunigung (Bremsung), die der Jet dabei nach dem Aufsetzen erfährt, ist näherungsweise proportional zur dritten Wurzel aus dem Quadrat der Momentangeschwindigkeit.

- Stelle die Differentialgleichung für  $v(t)$  auf und löse sie mit der Methode der Separation der Variablen.
- Bestimme den Proportionalitätsfaktor, wenn der Jet nach 100 m stehen muss.
- Bestimme das grösste  $g$  (negative Beschleunigung), das ein Pilot bei der Landung aushalten muss.

### 7. Komplexe Funktion (10 Punkte)

Gegeben ist die komplexe Funktion  $f: w = 2z + 1 + \frac{1}{z}$

- Bestimme, charakterisiere und skizziere das Bild  $B'$  von  $B = \{ z \mid z \in \mathbb{C} \text{ und } |z| = 1 \}$
- Gegeben ist die Bildmenge  $K' = \{ w \mid w \in \mathbb{C} \text{ und } |w - (1 - 2\sqrt{2})| - |w - (1 + 2\sqrt{2})| = 4 \}$ 
  - Bestimme, charakterisiere und skizziere die Bildmenge  $K'$
  - Bestimme, charakterisiere die Urbildmenge  $K$
  - Für welchen Punkt  $P \in K'$  ist der Abstand von  $R(1+3i)$  am kleinsten?

### 8. Statistischer Test (10 Punkte)

Eine Stadt will für die Strassenbeleuchtung nur noch Energiesparlampen einsetzen. Ein Produzent garantiert im Liefervertrag für seine Sparlampen, die etwas teurer sind, dass 80% der Lampen eine Energieersparnis von über 85% gegenüber konventionellen Lampen leisten. Die Stadt kauft 15'000 Lampen.

Im Kaufvertrag wird verabredet, wie die Qualität der Lieferung zu testen ist:

Die Stadt wählt zufällig 100 Exemplare aus und testet sie sehr sorgfältig. Als Signifikanzniveau einigt man sich auf 5%.

Der Test ergab, dass 29 von 100 Sparlampen der Stichprobe eine Energieersparnis von weniger als 85% haben.

- Formuliere die Hypothesen.
- Bestimme die Testverteilung sowie den Verwerfungsbereich für ein Signifikanzniveau von 5%. Interpretiere die Signifikanzgrenze.  
Kann die Stadt die Lieferung zurückweisen oder muss sie die Sparlampen akzeptieren?
- Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, dass in der Stichprobe 29 oder mehr Lampen mangelhaft sind, obwohl der Lieferant die Qualitätsversprechung erfüllt?
- Wie gross ist der Fehler 2. Art, wenn die Lieferung in Wirklichkeit 30% Sparlampen enthalten würde, deren Energieersparnis kleiner als 85% ist? Interpretiere den Fehler 2. Art.