



Zeit: 180 Minuten

Die Lösungen sind sauber darzustellen und ausführlich zu dokumentieren.

Die Aufgaben *Physik* Nr. 1 - 5 und die Aufgaben *Anwendungen der Mathematik* Nr. 6 - 8 sind auf separaten Bögen zu lösen.

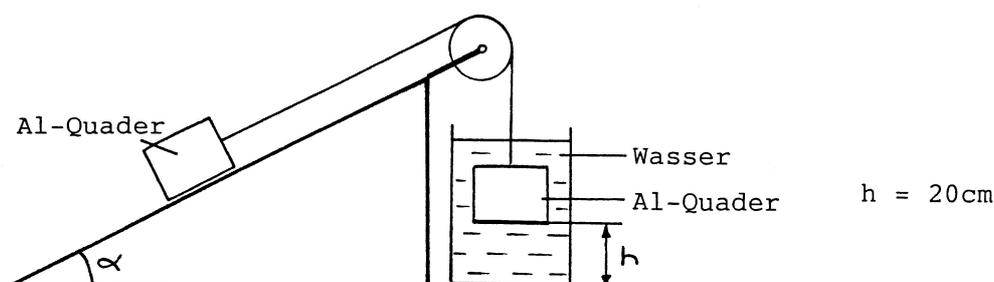
Für 55 Punkte wird die Note 6 erteilt.

Der Einsatz der Hilfsmittel ist klar anzugeben.

Hilfsmittel: Formelsammlung DMK und Rechner TI mit Handbuch.

PHYSIK

1. Aufgabe (7 Punkte)



- Für welchen Winkel α ist die skizzierte Anordnung mit den beiden gleichen Aluminium-Quadern im Gleichgewicht? (ohne Reibung!)
- Nun wird der Becher mit dem Wasser „plötzlich“ weggenommen; das Gleichgewicht wird dadurch gestört.
Wie lang geht es, bis der rechte Quader auf der Unterlage aufprallt? (ohne Reibung; Masse der Umlenkrolle vernachlässigbar)

2. Aufgabe (5 Punkte)

Ein Taucher startet bei einer Umgebungstemperatur von 32°C zu einem Tauchgang. Das Manometer an seiner mit Luft gefüllten 20 Liter - Druckflasche zeigt beim Start einen Innendruck von 100bar, nach dem Tauchgang noch einen Innendruck von 60bar.

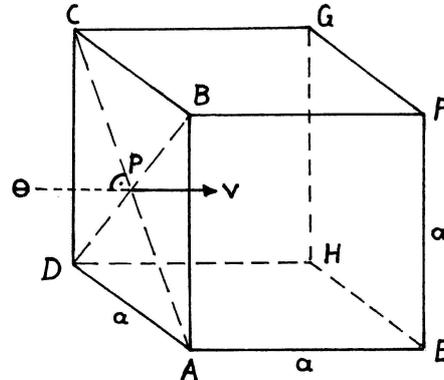
Wie viel Luft (Angabe in Gramm) hat der Taucher unter Wasser „verbraucht“, wenn sich die Flasche und die Luft in ihr während des Tauchens von der ursprünglichen Umgebungstemperatur von 32°C auf die Wassertemperatur von 20°C abgekühlt haben? (vereinfachende Annahme: Flaschenvolumen = konstant)

PHYSIK

3. Aufgabe (8 Punkte)

Gegeben sei ein würfelförmiger Ausschnitt ABCDEFGH des leeren Raumes ($a = 20\text{cm}$).

Von links her fliegt ein Elektron mit der Geschwindigkeit $v = 3000\text{km/s}$ gegen den Mittelpunkt P des linken Begrenzungsquadrates ABCD ($v \perp$ Quadratfläche ABCD).



- a) Wo verlässt das Elektron den Würfel, wenn im Innern des Würfels ein homogenes, seitlich scharf begrenztes elektrisches Feld wirkt ($E = 100\text{V/m}$; Feldrichtung vertikal nach unten)?
- b) Wo verlässt das Elektron den Würfel, wenn im Innern des Würfels ein homogenes, seitlich scharf begrenztes Magnetfeld wirkt ($B = 1\text{mT}$; Feldrichtung vertikal nach unten)?
- c) Wie kann man Elektronen auf eine so grosse Geschwindigkeit beschleunigen? Kurze Erklärung in Worten; Skizze!

4. Aufgabe (6 Punkte)

Eine 440Hz - Stimmgabel wird so angeschlagen, dass die Schwingungsamplitude 0,2mm beträgt.

- a) Berechne die maximale Geschwindigkeit und die maximale Beschleunigung eines Punktes an den Stimmgabelenden!
- b) Die Stimmgabel wird über die obere Öffnung einer 1,20m langen, vertikal stehenden Glasröhre gehalten. Die Röhre ist unten geschlossen und hat einen Durchmesser von einigen cm.
 Bei welchen Einfüllhöhen kommt die Luftsäule in der Röhre in Resonanz, wenn die Röhre langsam mit Wasser gefüllt wird? (Lufttemperatur: 20°C)

5. Aufgabe (4 Punkte)

Die Geschwindigkeit eines Körpers relativ zu einem ruhenden Beobachter ist so gross, dass für diesen die Körperlänge in Bewegungsrichtung um 20% verkürzt erscheint.

- a) Mit welcher Geschwindigkeit bewegt sich der Körper relativ zum Beobachter?
- b) Um wie viel % hat die Masse des Körpers aus der Sicht des Beobachters zugenommen?
- c) Welche Zeit verstreicht im System des Beobachters, wenn im System des bewegten Körpers 1 Sekunde („Eigenzeit“) verstreicht?

ANWENDUNGEN der MATHEMATIK

6. Komplexe Funktion (10 Punkte)

Die Funktion $f : z \mapsto w = z^2 - 8z - 30i$ bildet die komplexe z -Ebene auf die komplexe w -Ebene ab.

- Bestimme und charakterisiere die Kurven, die Urbilder der beiden Mengen $A = \{ w \in \mathbb{C} \mid \text{Im}(w) = 0 \}$ und $B = \{ w \in \mathbb{C} \mid \text{Re}(w) = 0 \}$ sind, und zeichne sie ins gleiche Koordinatensystem.
- Berechne die Punkte der z -Ebene, welche auf den Nullpunkt der w -Ebene abgebildet werden, und zeichne sie in der Skizze mit den Kurven korrekt ein.
- Der Punkt z durchlaufe den Kreis $K = \{ z \in \mathbb{C} \mid z = 4 + cis\beta, 0 \leq \beta < 2\pi \}$ genau einmal. Beschreibe die Bewegung des Bildpunktes w .

7. Affine Abbildung (10 Punkte)

In einem kartesischen Koordinatensystem legen die Fixpunkte $F_1(0/-1)$ und $F_2(8/1)$ sowie der Punkt $M(2/3)$ und sein Bildpunkt $M'(9/-4)$ eine affine Abbildung α fest.

- Bestimme die Abbildungsgleichungen von α .
- Welches ist das Bild der Geraden $f : y = x + 3$? Bestimme eine Funktionsgleichung der Bildgeraden f' .
- Das Quadrat ABCD mit dem Mittelpunkt M und den zu den Koordinatenachsen parallelen Diagonalen der Länge 6 wird durch die Affinität α auf ein Parallelogramm A'B'C'D' abgebildet. Berechne den Flächeninhalt dieses Parallelogramms.
- Bestimme jetzt den Flächeninhalt derjenigen Fläche, die vom Bild der Kurve $k : y = \frac{1}{2}x^3 + \frac{1}{2}x^2 - 3x$ und dem Bild der Geraden $g : y = 3x$ begrenzt wird.

8. Differentialgleichungen (10 Punkte)

Löse die zwei unabhängigen Teilaufgaben.

8.1.

Gegeben ist die Differentialgleichung (DGL) $y' + \frac{y}{x} - x^2 - 4 = 0$. Man bestimme

- mit Separation der Variablen die allgemeine Lösung der homogenen DGL,
- mit Variation der Konstanten eine spezielle Lösung der inhomogenen DGL,
- die allgemeine Lösung der inhomogenen DGL,
- die Lösung der inhomogenen DGL, welche durch den Punkt $P(2/5)$ geht.

8.2.

Ein Tank enthält 400 Liter Salzlösung, in der 100 kg Salz gelöst sind. Pro Minute fließen 12 Liter einer Salzlösung, die 0,125 kg Salz pro Liter enthält in den Tank und die Mischung, die durch ständiges Umrühren homogen gehalten wird, fließt mit gleicher Geschwindigkeit aus. $s(t)$ sei die Salzmenge in kg zur Zeit t in Minuten.

Stelle eine DGL auf für $s(t)$, bestimme die Funktion $s(t)$ und zeichne den Graphen mit Asymptote.