

Zeit: 180 Minuten

Die Lösungen sind sauber darzustellen und ausführlich zu dokumentieren.

Die Aufgaben Physik Nr. 1 - 5 und die Aufgaben Anwendungen der Mathematik Nr. 6 - 8 sind auf separaten Bögen zu lösen.

Die Note 6 wird für 50 Punkte erteilt.

Der Einsatz der Hilfsmittel ist klar anzugeben.

Hilfsmittel: Formelsammlung DMK und Rechner TI mit Handbuch.

PHYSIK

1. Dynamik (5 Punkte)

Ein homogener Vollzylinder ist um seine horizontal gelagerte Achse reibungsfrei drehbar. Über seinen Mantel ist ein dünner Faden gewickelt, an dem ein Antriebsgewichtchen hängt. Die Bewegung startet aus der Ruhe.

Gegeben sind: Zylindermasse m_1 , Radius r , Antriebsmasse m_2 , Erdbeschleunigung g
Es sind keine numerischen Ergebnisse gesucht. Die Ansätze sind zu begründen.

- Bestimme die Beschleunigung a des Antriebsgewichtchens.
- Bestimme das Verhältnis der kinetischen Rotationsenergie des Zylinders zur kinetischen Translationsenergie des Gewichtchens an beliebiger Bewegungsstelle.

2. Kreisprozess mit idealem Gas (9 Punkte)

5 Mol eines zweiatomigen idealen Gases ($C_v = 2.5 R$) durchlaufen folgenden dreistufigen Kreisprozess:

Stufe 1: Das Gas wird isobar von $T_1 = 300 \text{ K}$ auf $T_2 = 700 \text{ K}$ erwärmt; es expandiert dabei. (Kolbenbewegung). Das ursprüngliche Volumen V_1 beträgt 60 dm^3 .

Stufe 2: Das Gas wird isochor von T_2 auf die Temperatur T_1 abgekühlt. Die dabei entzogene Wärme geht als Abwärme verloren.

Stufe 3: Das Gas wird isotherm mit Hilfe eines Teils der in der ersten Stufe gespeicherten Arbeit (z.B. Schwungrad) von V_3 auf das Startvolumen V_1 komprimiert. Damit ist der Kreisprozess geschlossen. Die bei diesem dritten Teilprozess produzierte Wärme geht auch als Abwärme verloren.

An das Gas zugeführte Transportenergien (Q , W) sind positiv, abgeführte negativ.

Falls du b) nicht lösen kannst, verwende kursiv geschriebene Werte [...] der Aufgabe b) zur Weiterarbeit. Es werden numerische Ergebnisse erwartet.

- Skizziere in einem $V \rightarrow p$ Diagramm den Kreisprozess qualitativ korrekt. Markiere die Prozessrichtungen im Diagramm. Trage im Diagramm ein, wo die abgegebene Arbeit des Kreisprozesses ersichtlich ist. *Es ist sinnvoll, die Aufgabe b) parallel zu lösen.*
- Berechne V_2 , p_1 , p_3 , [$V_2 = 136 \text{ dm}^3$, $p_1 = 2.10 \text{ bar}$, $p_3 = 0.90 \text{ bar}$]
- Wie gross ist die Wärmezufuhr bei der isobaren Erwärmung?
- Wie gross ist die geleistete Arbeit des gesamten Kreisprozesses?
- Bestimme den Wirkungsgrad des Kreisprozesses und vergleiche diesen Wirkungsgrad mit dem Wirkungsgrad eines Carnot-Prozesses zwischen den Temperaturen T_1 und T_2 .

PHYSIK

3. Fadenstrahlrohr (6 Punkte)

Ein Forscher bestimmt die spezifische Ladung unbekannter geladener Teilchen mit einer dem Fadenstrahlrohr vergleichbaren Einrichtung. Diese Teilchen wurden mit einer Spannung von $U = 212 \text{ V}$ beschleunigt. Sie werden anschliessend im homogenen Magnetfeld ($B = 3.6 \text{ mT}$) zweier Helmholtz-Spulen untersucht. Der Radius der beobachteten Teilchenbahn beträgt $r = 19.6 \text{ cm}$

- Erkläre die physikalischen Ursachen, wie die Teilchen aus der Ruhe bis zur Bewegung auf einer Kreisbahn veranlasst werden.
- Bestimme die spezifische Ladung q/m der unbekanntes Teilchen.
- Begründe, warum die Teilchen keine Elektronen sein können.

4. Tonhöhe und Lautstärke (4 Punkte)

Die Tonhöhe des eingestrichenen \bar{a} hat die Frequenz $f = 440 \text{ Hz}$.

Der Ton \bar{f} liegt um zwei Ganztonschritte tiefer als \bar{a} (grosse Terz)

- Bestimme die Frequenz des Tones \bar{f} bei reiner Stimmung.
- Bestimme die Frequenz des Tones \bar{f} bei temperierter Stimmung.
- Um wieviel dB steigt der Schallpegel, wenn die Intensität des Tons um 75 % gesteigert wird?

5. Schnelles Elektron (6 Punkte)

Elektronenmikroskope verwenden sehr schnelle Elektronen. Eine Beschleunigeranlage bringt diese auf die Geschwindigkeit $v = 0.60 c$ ($c = \text{Lichtgeschwindigkeit}$). Anschliessend durchlaufen sie geradlinig unbeschleunigt von der Anode bis zur Probe die Strecke $s = 2.00 \text{ m}$ (gemessen im Laborsystem).

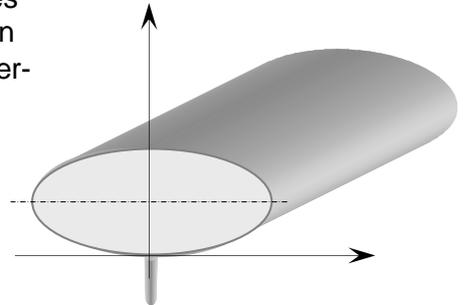
- Wie verändert sich die Strecke s (neu: s') für einen Beobachter, der mit dem Elektron mitfliegen würde (Ruhesystem des Elektrons)? Um welchen Effekt handelt es sich?
- Wie gross ist die einem Elektron bei der Beschleunigung zugeführte Energie?
Ergebnisse in Joule und MeV angeben!
- Bestimme die Wellenlänge λ der zum Elektron gehörigen Materiewelle (de Broglie) für diesen relativistischen Fall.

ANWENDUNGEN der MATHEMATIK

6. Differentialgleichungen (10 Punkte)

Der Tank eines Lastwagens hat näherungsweise die Form eines liegenden ellipsoidischen Prismas mit der Länge $\ell = 6$ m, der grossen Halbachse $a = 2$ m und der kleinen Halbachse $b = 1$ m. Der Entleerestutzen hat einen Querschnitt von $q = 40$ cm². Am Anfang ist der Tank gefüllt. ($g = 10$ ms⁻²)

- Bestimme die Füllhöhe y in Metern in Abhängigkeit der Zeit t in Sekunden nach dem Öffnen des Ablaufs.
- Nach welcher Zeit (in min und sec) ist der Tank leer?



7. Komplexe Funktion (10 Punkte)

Gegeben ist die komplexe Funktion $f: w = \frac{1}{2} \left[(1+2i) \bar{z} - \frac{1}{5}(1-2i)z \right]$ und

die Punktmenge $M = \left\{ z \mid z \in \mathbb{C} \text{ mit } |z - (4+8i)| = 4 \right\}$

- Bestimme die Punktmenge M und zeichne sie in der Gaußschen Zahlenebene.
- Bestimme die Fixpunkte der Funktion und charakterisiere die geometrische Eigenschaft der Funktion.
- Bestimme, charakterisiere und skizziere das Bild M' von M

8. Statistischer Test (10 Punkte)

Frauen erhalten in gleichwertigen Kaderstellungen wesentlich kleinere Saläre als Männer. Um diese Behauptung zu überprüfen, wurden zufällige Stichproben der jährlichen Einkommen (in tausend Fr.) von Frauen und Männern in gleichen Anstellungspositionen erhoben.

- Formuliere die allgemeinen Hypothesen.
- Eine Voruntersuchung wurde mit den Stichprobenumfängen $n_F = 4$ und $n_M = 5$ durchgeführt und ergab die folgenden Einkommen:

Frauen:	76	74	102	86	
Männer:	78	88	128	103	121

Bestimme unter der Annahme der Nullhypothese die Wahrscheinlichkeit, dass die Rangsumme für die Frauengruppe kleiner gleich k ist für $k = 10, 11, 12, 13, 14, 15$ d.h. $P(R_F \leq k)$. Führe damit den Rangsummentest von Wilcoxon-Mann-Whitney mit dem Sicherheitsniveau 5% durch.

- Eine Untersuchung mit den grösseren Stichprobenumfängen $n_F = 11$ und $n_M = 13$ ergab die folgenden Einkommen:

Frauen:	76	74	102	86	96	82	71	94	100	80	92		
Männer:	78	88	128	103	121	108	106	95	134	98	105	114	97

Kann man mit einem Signifikanzniveau von 5% behaupten, dass Männer im Mittel mehr verdienen als Frauen?