

Kantonsschule Luzern – Matura 2005

Mathematik Grundlagenfach

Klassen 6Kb, 6Lb, 6Rc, 6Wb, 6Wd

Peter Büchel (bup)
Pierre-Dominique Hool (hop)
Roman Oberholzer (obr)
Urs Voser (vou)

Prüfungsdauer : 180 Minuten

Formelsammlung : Formeln und Tafeln, Verlag Orell-Füssli

Taschenrechner : TI-92 plus, zusätzlich ein kleiner Rechner vom Typ TI-30
Die Lösungsschritte müssen nachvollziehbar sein

Maximale Punktzahl : 42 Punkte

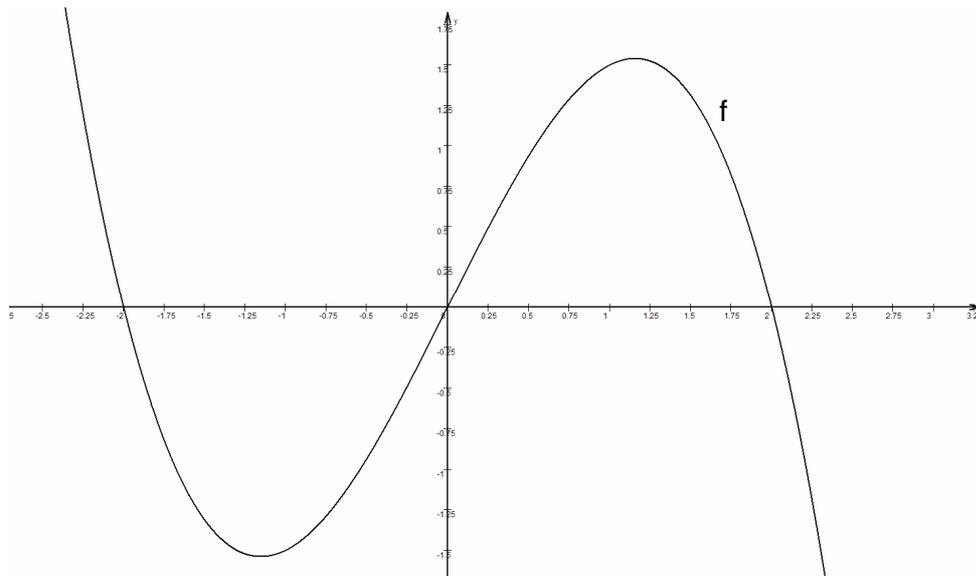
Für die Note 6 nötig : 40 Punkte

Viel Erfolg!

Aufgabe 1 (3 Punkte)

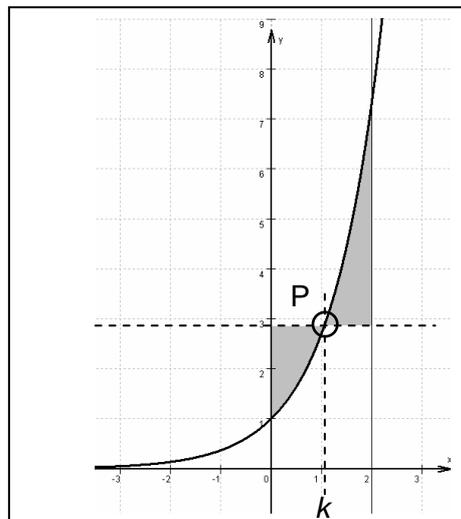
Gegeben ist die abgebildete Funktion dritten Grades f . Der Graf hat seine Nullstellen bei $x = -2$, $x = 0$ und $x = +2$. Ferner geht er durch den Punkt $P\left(1\left|\frac{3}{2}\right.\right)$.

Bestimme die Gleichung der quadratischen Parabel g , welche die gegebene Funktion im Nullpunkt rechtwinklig schneidet und ebenfalls bei $x = -2$ ihre zweite Nullstelle hat.



Aufgabe 2 (3 Punkte)

Nebenstehend ist der Graf der Funktion $f(x) = e^x$ eingezeichnet. Eine Parallele zur x-Achse geht durch den Punkt $P(k | y_P)$, wobei $0 < k < 2$.
Bestimme k so, dass die beiden markierten Flächen gleichen Inhalt haben.

**Aufgabe 3** (3 Punkte)

Eine Gerade g geht durch den Punkt $P(5|12|-2)$ und verläuft parallel zur Geraden h .
Wie lang ist der Abschnitt auf g zwischen der xy - und der xz -Ebene ?

$$h: \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -4 \\ 12 \\ 4 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 3 \\ 6 \\ -2 \end{pmatrix}.$$

Aufgabe 4 (13 Punkte)

Von einer geraden Pyramide mit der quadratische Grundfläche $ABCD$ und der Spitze S sind die Punkte $A(13|9|0)$, $B(5|1|4)$, $C(-3|5|-4)$ und $S(10|-3|-12)$ gegeben.

- Bestimme die Koordinatengleichung der Ebene E durch die Punkte B , C und S .
- Zeige, dass die Punkte A , B und C Eckpunkte eines Quadrates sind.
- Berechne die Koordinaten des Eckpunktes D .
- Bestimme das Volumen der Pyramide.
- Unter welchem Winkel schneidet die Kante AS die Grundfläche der Pyramide ?
- Spiegle den Punkt $P(12|-20|27)$ an der Ebene E auf P' .
Welche Koordinaten hat P' ?

Aufgabe 5 (10 Punkte)

Gegeben sind die beiden Funktionen f und g : $f(x) = 2\sqrt{x}$; $g(x) = 2\sqrt{12-2x}$

- Berechne den Schnittpunkt von f und g
- Die von f , g und der x -Achse eingeschlossene Fläche rotiert um die x -Achse. Berechne den Inhalt des so entstandenen Rotationskörpers.
- In die oben genannte Fläche wird ein Rechteck so gelegt, dass eine Seite auf der x -Achse und je eine Ecke auf f beziehungsweise auf g liegt. Wie gross sind Länge und Breite des Rechtecks zu wählen, damit der Flächeninhalt maximal wird? Der Nachweis für das Maximum muss nicht erbracht werden.

Aufgabe 6 (10 Punkte)

Eine Bauernfamilie hat 7 Kinder:

- 3 braunhaarige
- 2 blonde und
- 2 schwarzhaarige.

Die Kinder stehen am Morgen jeweils einzeln und zufällig nach einander auf.

Berechne die Wahrscheinlichkeit, dass ...

- ... die ersten drei Kinder, die nach einander aufstehen, alle braune Haare haben;
- ... das letzte Kind, das aufsteht, schwarzhaarig ist;
- ... unter den ersten vier Kindern höchstens zwei braunhaarige sind;
- ... das zweite Kind braunhaarig ist, falls das erste nicht blond war;
- ... innerhalb eines Monats (30 Tage) genau fünf Mal die beiden blonden Kinder zuerst aufstehen.