

Prüfungsdauer	180 Minuten
Erlaubte Hilfsmittel	Formelsammlung „Formeln und Tafeln“ Taschenrechner (ohne Handbuch)
Maximale Punktzahl	48 Punkte aus 5 Aufgaben
	Note 6 für 43 Punkte

Zu jeder Aufgabe gehört ein ausführlicher Lösungsweg!
Es wird Wert auf eine saubere und übersichtliche Darstellung gelegt.

- ➔ **Jede Aufgabe ist auf einen neuen Bogen zu schreiben.**
- ➔ **Jeder Bogen ist mit persönlicher Nummer, Name und Klasse zu beschriften.**

Aufgabe 1

8 Punkte

Gegeben sind die Punkte $A(-3/1/2)$, $P(-17/-20/23)$ und $Q(41/5/6)$ sowie die Ebene $E: x - y - 2z = 0$.
Die Gerade g geht durch die Punkte A und P , die Gerade h durch die Punkte A und Q .

- a) Berechne die Koordinaten des Durchstosspunktes C der Geraden h mit der Ebene E .
- b) Bestimme die Koordinatengleichung der Ebene F , die von den Geraden g und h aufgespannt wird.
- c) Der Punkt A und der in Teilaufgabe a) ermittelte Punkt C definieren zusammen mit einem Punkt B auf der Geraden g ein rechtwinkliges Dreieck mit Hypotenuse AC . Berechne die Koordinaten von B .

Aufgabe 2

10 Punkte

Gegeben ist die Kurve $k: y = \frac{x^3 + x^2 + 4}{x^2}$.

- a) Bestimme die Gleichungen sämtlicher Asymptoten und Polgeraden von k .
- b) Durch den Tiefpunkt von k werde die Parallele p zur x -Achse gelegt. Die Gerade p , die Kurve k , die x -Achse und die y -Achse umschliessen zusammen ein endliches Flächenstück, dessen Inhalt berechnet werden soll.
- c) Vom Punkte $Q(0/49)$ aus werden die Tangenten an k gelegt. Man bestimme die Gleichungen dieser Tangenten.

Aufgabe 3

10 Punkte

Gegeben sind die Parabeln $f(x) = 4 - a \cdot x^2$ und $g(x) = \frac{1}{a} \cdot x^2$ mit $a > 0$.

- Sei $a = 2$. Unter welchem Winkel φ schneiden sich die Parabeln im 1. Quadranten?
- Sei $a = 2$. Berechne das Volumen des Rotationskörpers, der durch die Drehung der von f und g eingeschlossene Fläche um die x -Achse entsteht.
- Berechne a so, dass das von f und g begrenzte Flächenstück grösstmöglichen Inhalt hat. Berechne auch diesen maximalen Flächeninhalt.

Aufgabe 4

10 Punkte

Wanda und Xenia sind als Teil einer Reisegruppe von 15 Personen auf den Spuren der Maya in Mexiko unterwegs. Beim Höhepunkt der Reise, auf der Halbinsel Yucatan, steht der Besuch von Chichen Itzá an. Der Reiseführer konnte für die Busfahrt mit den öffentlichen Verkehrsmitteln 5 verbilligte und 10 reguläre Fahrkarten ergattern. Die verbilligten Karten werden zufällig unter den Mitgliedern der Reisegruppe verlost (es erhalten ja alle eine Fahrkarte!).

- Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, dass Wanda eine verbilligte Fahrkarte zugelost erhält?
- Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, dass Wanda und Xenia verbilligte Fahrkarten erhalten?

Mit den 15 Reisegruppenteilnehmern warten auch 5 Einheimische an der Bushaltestelle. Im Minibus hat es 10 Sitzbänke mit je zwei Plätzen.

- Wie viele Möglichkeiten gibt es, die Passagiere auf die 20 Sitzplätze zu verteilen?
- Wie viele Möglichkeiten gibt es, wenn Wanda neben Xenia auf einer Sitzbank sitzen möchte?

In Chichen Itzá wurde ein traditioneller Ballspielplatz der Maya rekonstruiert. Die Regeln wurden leider nicht genau überliefert, ebenso wenig, ob die Sieger oder die Verlierer eines Matches den Göttern geopfert wurden. Auf jeden Fall ging es darum, einen Gummiball durch einen horizontalen Steinring zu werfen. Den Touristen wird folgende Spielart angeboten: Sie können eine gewisse Anzahl Bälle kaufen – für jeden Ball, den sie durch den Ring werfen können, erhalten sie einen Preis.

- Wanda kauft 4 Bälle. Angenommen, die Wahrscheinlichkeit, dass sie mit einem Ball durch den Ring trifft, sei 40%, wie gross ist dann die Wahrscheinlichkeit, dass sie mit ihren vier Bällen
 - genau einen Preis gewinnt?
 - mindestens zwei Preise gewinnt?
- Xenia wollte nicht am Spiel teilnehmen. Sie überlegt sich nachher, wie viele Bälle sie mindestens hätte kaufen müssen, um – bei einer angenommenen Trefferwahrscheinlichkeit von 30% – mit einer Wahrscheinlichkeit von mindestens 99% mindestens einen Preis zu gewinnen.

Aufgabe 5 Kurzaufgaben

10 Punkte

- Ein Polynom f vom Grade 3 schneidet die y -Achse an der Stelle 1, berührt die x -Achse an der Stelle -1 und geht durch den Punkt $P(2/5)$. Bestimme die Gleichung von f .
- Beweise, dass die Punkte $A(-4/1/8)$ und $B(-6/1/4)$ auf einem Kreis mit Mittelpunkt $M(3/-5/2)$ liegen. Berechne auch den Zentriwinkel des Kreissektors AMB .
- Für das Übersetzen einer achtköpfigen Familie (Eltern und sechs Kinder) stehen zwei Fährrboote (eines blau, das Andere rot) mit je 6 Plätzen zur Verfügung. Auf wie viele Arten können die Familienmitglieder auf die beiden Boote verteilt werden, wenn in jedem Boot ein Elternteil mitfahren soll?