

Zeit: 180 Minuten

Vier vollständige, ausführlich hergeleitete Lösungen werden mit der Note 6 bewertet.

Hilfsmittel: Formelsammlung DMK  
Rechner TI mit Handbuch

Der Einsatz der Hilfsmittel ist klar anzugeben.

## 1. Lineare Optimierung

Ein Gärtnermeister kann von einem Nachbargrundstück bis zu 7.5 ha Land erwerben. Er muss aber mindestens 2 ha kaufen. Einen Teil des Landes will er mit Folien überdachen und den andern Teil als Freiland bewirtschaften. Auf Grund der Nachfrage muss die Freilandfläche mindestens  $\frac{1}{4}$  des überdachten Landes sein.

Bei seinen Überlegungen muss er zudem noch folgende Bedingungen beachten:

Arbeitszeit

- 1 ha mit Folien überdachtes Land braucht jährlich 200 Arbeitstage
- 1 ha Freiland braucht jährlich 100 Arbeitstage

Es können jährlich höchstens 1000 zusätzlich Arbeitstage übernommen werden

Kosten

- 1 ha mit Folien überdachtes Land verursacht jährlich 18000 Fr. Bewirtschaftungskosten
- 1 ha Freiland verursacht jährlich 12000 Fr. Bewirtschaftungskosten

Das Kosten dürfen nicht grösser als 100 000 Fr sein.

- Bestimme das vollständige Planungspolygon und zeichne einen sauberen Graph.  
(Einheit: 2 Häuschen)
- Voraussichtlich ist der jährliche Reingewinn pro ha für das mit Folien überdachte Land 7500 Fr. und für das Freiland 4500 Fr. Wie viele Hektaren Land soll der Gärtner kaufen, und wie soll er sie aufteilen, wenn der jährliche Gewinn möglichst gross sein soll? Wie gross ist zudem der maximale Gewinn?
- Für welche Gewinnfunktionen wäre keine eindeutige Lösung möglich?

## 2. Vektorgeometrie

Gegeben sind die zwei Geraden a:  $\vec{r} = \begin{pmatrix} -1 \\ 5 \\ -3 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 2 \\ -4 \\ 4 \end{pmatrix}$  und b:  $\vec{r} = \begin{pmatrix} 7 \\ -2 \\ 13 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} -4 \\ 2 \\ 4 \end{pmatrix}$  sowie die Ebene

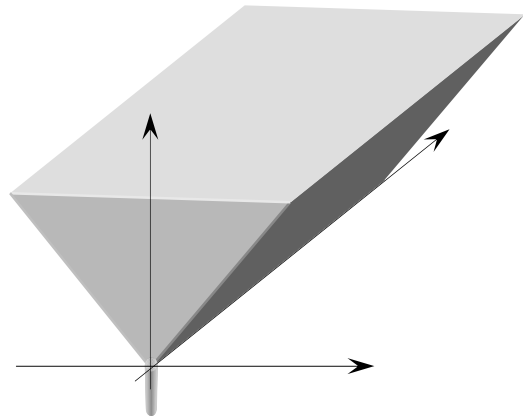
E:  $6x + y - 2z + 28 = 0$

- Bestimme die Ecken des kleinsten Quadrats, dessen Ecken A und B auf der Geraden a liegen und dessen Ecke C auf der Geraden b liegt.
- Die Spitze S der geraden Pyramide mit der quadratischen Grundfläche ABCD liegt in der Ebene E. Bestimme die Spitze S und das Volumen der Pyramide.
- Unter welchem Winkel schneidet die Kante SA die Grundfläche ABCD?  
Wer in b) die Spitze S nicht bestimmen konnte, verwende  $S(3/1/12)$ .

### 3. Differentialgleichung

Ein Stausee hat näherungsweise die Form eines liegenden Dreiecksprismas. Die Länge des Stausees ist  $\ell = 3000$  m; die Staumauer hat eine Höhe von  $h = 100$  m und die Länge der Mauerkrone ist 350 m. Der Abfluss hat einen Querschnitt von  $q = 1$  m<sup>2</sup>. Am Anfang ist der Stausee gefüllt. ( $g \approx 10$  ms<sup>-2</sup>)

- Bestimme die Füllhöhe  $y$  in Metern in Abhängigkeit der Zeit  $t$  in Sekunden nach dem Öffnen des Abflusses.
- Nach welcher Zeit (in h, min und sec) ist der See leer?
- Nach welcher Zeit (in h, min und sec) ist der See auf die Hälfte des Volumens geleert?



### 4. Statistischer Test

Eine Krankheit kann mit einem gebräuchlichen aber aufwendigen Test A mit einer Wahrscheinlichkeit von  $p_A = 0.7$  bei einem erkrankten Patienten diagnostiziert werden. Ein neuer, einfacherer Test B darf nur eingeführt werden, wenn seine Diagnose-Wahrscheinlichkeit  $p_B$  signifikant grösser ist als die des Tests A.

- Formuliere die Hypothesen
- Bei einem Vorversuch konnte bei 20 von 25 erkrankten Patienten mit dem neuen Test B die Krankheit diagnostiziert werden. Bestimme die Testverteilung sowie den Verwerfungsbereich für ein Signifikanzniveau von 5%. Darf man sagen, dass der neue Test B eine bessere Diagnosewahrscheinlichkeit hat, als der bisher verwendete Test A?
- Bei einem Grossversuch mit dem neuen Test B konnte bei 231 von 300 erkrankten Patienten die Krankheit diagnostiziert werden.
  - Bestimme die Testverteilung sowie den Verwerfungsbereich für ein Signifikanzniveau von 4%. Darf man sagen, dass der neue Test B eine bessere Diagnosewahrscheinlichkeit hat, als der bisher verwendete Test A?
  - Wie gross ist der Fehler 2. Art, wenn der neue Test B eine Diagnose-Wahrscheinlichkeit von  $p_B = 0.8$  hat? Interpretiere den Fehler 2. Art.