Prüfungsdauer	180 Minuten
Erlaubte Hilfsmittel	Formelsammlung „Formeln und Tafeln“ Taschenrechner TI-92plus (ohne Handbuch)
Maximale Punktzahl	50 Punkte aus 5 Aufgaben
	Note 6 für 45 Punkte

Zu jeder Aufgabe gehört ein ausführlicher Lösungsweg!
Es wird Wert auf eine saubere und übersichtliche Darstellung gelegt.

➔ **Jede Aufgabe ist auf einen neuen Bogen zu schreiben.**
➔ **Jeder Bogen ist mit persönlicher Nummer, Name und Klasse zu beschriften.**

Aufgabe 1 — 9 ½ Punkte

Die zwei Aufgaben 1.1 und 1.2 sind voneinander unabhängig.

1.1 Die Fläche zwischen dem Graphen einer quadratischen Funktion $f(x) = a \cdot x^2 + b$ und der x-Achse entspricht dem Querschnitt eines Tunnels. Der Tunnel soll in 3 m Höhe noch 4 m breit sein. Bestimme die Funktionsgleichung von f so, dass die Querschnittsfläche minimal wird.

1.2 Die fünf Provinzen eines Landes sollen neue Fahnen mit drei verschiedenen horizontalen Farbstreifen (Trikolore) erhalten. Es kommen nur die Farben blau, rot, grün und weiss infrage.

a) Wie viele Trikoloren stehen zur Wahl?

b) Auf wie viele Arten kann man diese Trikoloren auf die Provinzen verteilen?

c) Nachdem die ersten vier Provinzen ihre Trikolore gewählt haben, beschliesst die Regierung der fünften Provinz, die Bevölkerung über die neue Fahne abstimmen zu lassen. Um das Prozedere zu vereinfachen, soll eine beratende Kommission drei Trikoloren zur Auswahl vorschlagen. Wie viele verschiedene Dreiervorschläge (Reihenfolge auf dem Abstimmungsformular unwesentlich) gibt es?

Aufgabe 2 — 8 ½ Punkte

Gegeben ist eine Funktionenschar f_a durch die Gleichung $y = f_a(x) = \dfrac{x^2}{x-a}$, $x, a \in \mathbb{R}$, $a > 0$.

a) Gib die Gleichungen der Asymptoten von f_a an.

b) Zeichne den Graphen von f_1 (d.h. für a = 1) und seine Asymptoten über dem Intervall [–3 , 4]. (Einheit: 2 Häuschen)

c) Die Punkte O(0 | 0), P(u | 0), Q(u | $f_1(u)$) und R(0 | $f_1(u)$) mit $u \in \mathbb{R}$, $u > 1$, sind Eckpunkte eines Rechtecks. Bestimme u so, dass der Flächeninhalt dieses Rechtecks minimal wird.

Aufgabe 3 — 10 ½ Punkte

Gegeben sind die Funktionen $f(x) = \dfrac{8}{x^2}$ und $g(x) = x^2 + 2$.

a) Erstelle ein Skizze der beiden Graphen und berechne den Inhalt der Fläche, welche nach unten von der x-Achse und nach oben teils vom Graphen von *f* und teils vom Graphen von *g* begrenzt wird.

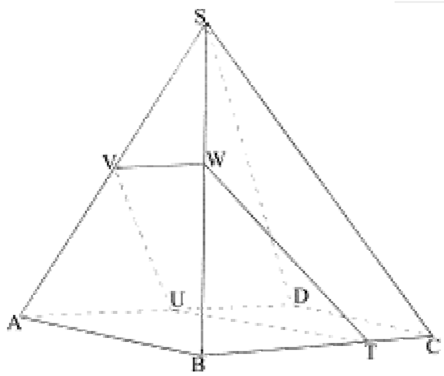
b) Bestimme eine Funktion $h(x) = a \cdot x^2 + b$ so, dass sich die Graphen von *f* und *h* im Punkt P(2 | y) rechtwinklig schneiden.

➔ Falls die Funktionsgleichung unter b) nicht ermittelt werden konnte, ist mit der Ersatzfunktion $h(x) = \frac{3}{8} \cdot x^2 + \frac{1}{2}$ weiterzurechnen.

c) Das Flächenstück, das von den Graphen der drei Funktionen *f*, g und *h* begrenzt wird, rotiert um die x-Achse. Wie gross ist das Volumen des entstehenden Rotationskörper?

Aufgabe 4 — 12 ½ Punkte

Gegeben ist die Pyramide ABCDS durch die fünf Punkte A(–3 | –3 | 2), B(7 | 1 | –8), C(1 | 13 | –2), D(–11 | 13 | 10) und S(5 | 5 | 12), sowie die Gerade $g: \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ 7 \\ -2 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 2 \end{pmatrix}$ und der Punkt P(2 | 3 | 4).



a) Bestimme die Koordinatengleichung der Ebene E_1, welche P und *g* enthält.

b) Zeige: A, B, C und D liegen in derselben Ebene (E_2).

c) Bestimme die Schnittgerade h der Ebenen E_1 und E_2.

d) Die Ebene E_1 schneidet aus der Pyramide die Schnittfigur T U V W mit U(–7 | 5 | 6) und V(1 | 1 | 7) heraus. Bestimme die fehlenden Eckpunkte T und W. Um was für ein spezielles Viereck handelt es sich? (Kann ohne Winkelberechnung gelöst werden.)

Aufgabe 5 — 9 Punkte

In einer Urne befinden sich 3 weisse und 4 rote Kugeln. Alle Kugeln sind gleich gross.
Wir ziehen 4-mal eine Kugel mit Zurücklegen.

Ereignis A: Es wird 4-mal eine rote Kugel gezogen.

Ereignis B: Es werden mindestens 3 rote Kugeln gezogen.

a) Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit für das Eintreffen des Ereignisses A? [P(A) = ?]

b) Wie oft muss das Experiment «4 Kugeln ziehen mit Zurücklegen» wiederholt werden, damit das Ereignis A mit mindestens 90% Sicherheit mindestens einmal eintrifft?

c) Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit für das Eintreffen des Ereignisses B? [P(B) = ?]

d) Wie viele rote Kugeln müssen zusätzlich in die Urne gelegt werden, damit anschliessend P(A) = 0.5 · P(B) gilt?