

Prüfungsdauer	180 Minuten
Erlaubte Hilfsmittel	Formelsammlung „Formeln und Tafeln“ Taschenrechner TI 92 (ohne Handbuch)
Total	5 Aufgaben
Maximale Punktzahl	50; Note 6 für 45 Punkte

Es wird Wert auf eine saubere Darstellung gelegt.

- **Jede Aufgabe soll auf einem neuen Bogen begonnen werden und muss einen vollständigen und nachvollziehbaren Lösungsweg enthalten.**
- **Jeder Bogen ist mit Nummer, Name und Klasse zu beschriften.**

**Aufgabe 1****10 Punkte**

Gegeben sind die vier Punkte im Raum:  $A(6/-3/-1)$ ,  $B(0/0/2)$ ,  $C(6/4/10)$  und  $D(-2/6/2)$ .

- a) Stellen Sie Gleichungen der Geraden  $g = \overline{AB}$  sowie  $h = \overline{CD}$  in Parameterform auf.
- b) Untersuchen Sie die gegenseitige Lage von  $g$  und  $h$  [sind sie parallel, schneidend oder windschief?].
- c) Bestimmen Sie einen Punkt  $P$  auf  $g$  und einen Punkt  $Q$  auf  $h$  so, dass der

Verbindungsvektor  $\vec{p} = \overline{PQ}$  kollinear zu  $\vec{v} = \begin{pmatrix} 6 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix}$  ist.

- d) Wie lang ist  $\vec{p} = \overline{PQ}$ ?
- e) Stellen Sie die Gleichung der Ebene  $\varepsilon(ABM)$  in Koordinatenform auf, wobei  $M$  der Mittelpunkt der Strecke  $\overline{CD}$  ist.

**Aufgabe 2****10 Punkte**

Gegeben sind die Funktionen  $f_k$  mit  $f_k(x) = \frac{1}{4}(k \cdot x - 5)^2$ .

- a) Skizzieren Sie den Funktionsgraphen für  $k = 1$  und  $k = 2$ .
- b) Die beiden Koordinatenachsen und der Graph begrenzen ein Flächenstück, das um die  $x$ -Achse rotiert. Berechnen Sie das Volumen des erzeugten Rotationskörpers für  $k = 2$ .
- c) Für welche Werte von  $k$  hat der Inhalt der Fläche über dem Intervall  $[0;5]$  einen kleinsten Wert? Berechnen Sie diesen minimalen Flächeninhalt.

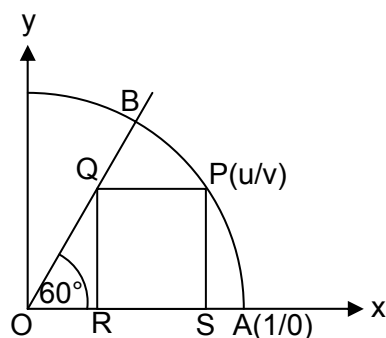
**Aufgabe 3****10 Punkte**

Ein Stapel von Karten besteht aus sechs schwarzen und einer roten Karte. Aus diesem Stapel wird wiederholt eine Karte zufällig gezogen. Ist die gezogene Karte rot, wird sie in den Stapel zurückgelegt. Ist die gezogene Karte schwarz, wird sie beiseite gelegt und im Stapel durch eine neue rote Karte ersetzt.

- Es wird dreimal nach obenstehender Regel gezogen. Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass nur die zweite gezogene Karte schwarz ist.
- Es wird wieder dreimal nach obenstehender Regel gezogen. Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass mindestens eine der gezogenen Karten rot ist.
- Wie oft muss man nach obenstehender Regel ziehen, um mit einer Wahrscheinlichkeit von mehr als 0.999 mindestens eine schwarze Karte zu erhalten?
- Ein Spieler bezahlt einen Einsatz von 3 Franken. Er zieht wieder dreimal nach obenstehender Regel. Er bekommt 100 Franken für drei gezogene rote Karten, 5 Franken für zwei gezogene rote Karten und 2 Franken für eine gezogene rote Karte. Zieht er keine rote Karte, so gewinnt er nichts. Ist das Spiel fair? Begründen Sie!

**Aufgabe 4****10 Punkte**

Dem Kreissektor OAB mit dem Radius  $r = 1$  und Zentriwinkel  $\varphi = 60^\circ$  wird das Rechteck PQRS mit maximalem Flächeninhalt einbeschrieben. In welchem Verhältnis steht dieser Flächeninhalt zu dem des Sektors?

**Aufgabe 5****Unabhängige Kurzaufgaben****(5/5) Punkte**

**5.1** Beim Lottospiel „7 aus 65“ befinden sich in einer Urne 65 (von 1 bis 65 durchnummerierte) Kugeln. Zur Bestimmung von 7 Gewinnzahlen werden aus dieser Urne nacheinander 7 Kugeln ohne Zurücklegen gezogen. Danach wird noch eine weitere Kugel gezogen, welche die so genannte Zusatzzahl bestimmt.

Vor der Ziehung kann ein „Tipp“ abgegeben werden (7 Zahlen zwischen 1 und 65). Je nach Anzahl richtig getippter Gewinnzahlen kann man folgende verschiedene Ränge erreichen:

Rang 1: alle 7 Gewinnzahlen

Rang 2: 6 der 7 Gewinnzahlen und die Zusatzzahl

Rang 3: 6 der 7 Gewinnzahlen

Rang 4: 5 der 7 Gewinnzahlen

Rang 5: 4 der 7 Gewinnzahlen (Die Zusatzzahl ist also nur bei Rang 2 von Bedeutung!).

Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit mit einem Tipp folgende Ränge zu erreichen:

a) Rang 1

b) Rang 2

c) Rang 3

d) Rang 5

**5.2** Bestimmen Sie die Schnittpunkte der Geraden  $g$  mit der Kugel  $k$ .

$$g: \vec{r} = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 3 \end{pmatrix}$$

$k$ : Mittelpunkt  $M(-2/3 / -12)$  Radius  $r = 20$

[➔ Resultat auf 3 Nachkommastellen genau]