

## Ergänzungsfach ANWENDUNGEN DER MATHEMATIK

*Zeit:* 180 Minuten

*Hilfsmittel:* Formelsammlung DMK  
TI-92plus mit Handbuch

Die Lösungen müssen ausführlich hergeleitet werden.

Der Einsatz des TI-92 ist klar anzugeben.

Jede Aufgabe ergibt maximal 10 Punkte. Die vier am besten gelösten Aufgaben werden gewertet. Vier vollständig gelöste Aufgaben ergeben die Note 6.

---

### Aufgabe 1: Trigonometrie

---

a) *Vorwärtseinschneiden nach zwei Punkten*

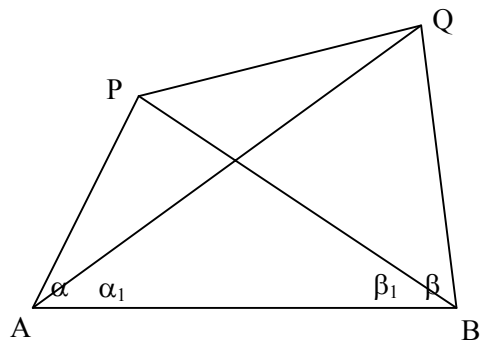
Um die Position zweier unzugänglicher Punkte P und Q zu bestimmen, hat man eine Standlinie der Länge  $\overline{AB} = 364.7$  m abgesteckt und die folgenden Winkel gemessen:

$$\alpha = \angle PAB = 68.2^\circ, \alpha_1 = \angle QAB = 34.8^\circ,$$

$$\beta = \angle ABQ = 80.5^\circ, \beta_1 = \angle ABP = 29.6^\circ$$

a1) Berechnen Sie die Streckenlänge  $\overline{AP}$ .

a2) Berechnen Sie die Streckenlänge  $\overline{PQ}$ .



6P

b) *Rückwärtseinschneiden nach zwei Punkten*

In der gleichen geometrischen Situation sei nun umgekehrt die Streckenlänge  $\overline{PQ} = 228$  m bekannt und die Streckenlänge  $\overline{AB} = x$  gesucht. Dazu hat man von A und von B aus die Punkte P und Q angepeilt und die folgenden Winkel gemessen:

$$\alpha = \angle PAB = 71.4^\circ, \alpha_1 = \angle QAB = 55.6^\circ, \beta = \angle ABQ = 93.0^\circ, \beta_1 = \angle ABP = 49.3^\circ$$

Stellen Sie eine Gleichung auf für x und berechnen Sie x.

4P

---

### Aufgabe 2: Statistischer Test

---

In einer Stadt sucht die Partei XY eine Kandidatin oder einen Kandidaten für die Wahl ins Stadtpräsidium. Die mögliche Kandidatin Frau Müller will nur dann kandidieren, wenn mehr als 75% der insgesamt 580 Parteimitglieder ihre Kandidatur unterstützen. Dies hat sie mit einer Umfrage bei 60 zufällig ausgewählten Parteimitgliedern untersucht; dabei haben 49 der Befragten ihre Kandidatur unterstützt.

- a) Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, dass von 60 zufällig ausgewählten Parteimitgliedern genau 49 die Kandidatur unterstützen, wenn man annimmt, dass genau 75% aller Parteimitglieder die Kandidatur unterstützen. 2P
- b) Frau Müller hat den Eindruck, dass das Umfrageergebnis deutlich darauf hindeutet, dass mehr als 75% der Parteimitglieder ihre Kandidatur unterstützen. Formuliere Sie die Hypothesen und berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit für den Fehler 1. Art. 4P
- c) Welches Umfrageresultat hätte signifikant auf Signifikanzniveau 5% darauf hingedeutet, dass mehr als 75% der Parteimitglieder die Kandidatur Müller unterstützen? 2P
- d) Berechnen Sie mit dem Verwerfungsbereich aus c) die Wahrscheinlichkeit des Fehlers 2. Art, wenn sogar 85% der Parteimitglieder die Kandidatur Müller unterstützen. 2P

---

### Aufgabe 3: Differentialgleichungen

---

Zwei unabhängige Teilaufgaben:

- a) Eine Büchse Cola aus dem Kühlschrank mit der Temperatur  $T_0 = 4.0^\circ\text{C}$  wird in einem grossen Raum mit der konstanten Temperatur  $U = 22^\circ$  sich selbst überlassen. Nach dem Newtonschen Gesetz ist die Erwärmungsgeschwindigkeit proportional zur Differenz zwischen der Umgebungstemperatur  $U$  und der Temperatur  $T$  der Cola.
- a1) Stellen Sie eine DGL auf und lösen Sie sie mit Separation der Variablen. 4P
- a2) Wie lange darf man die Cola stehen lassen, so dass sie nicht wärmer als  $18^\circ\text{C}$  wird, wenn die Temperatur der Cola in den ersten 2 Minuten auf  $7.5^\circ$  ansteigt? 2P
- b) Die Punkte  $P(x/0)$  und  $Q(0/y)$  sollen so auf der  $x$ -Achse bzw. auf der  $y$ -Achse gleiten, dass der Mittelpunkt  $M$  der Strecke  $PQ$  sich auf einer Kurve  $k$  bewegt, die stets rechtwinklig zur Strecke  $PQ$  steht.  
Skizze mit  $M(3/2)$  als Mittelpunkt der Strecke  $P(6/0) Q(0/4)$ .  
Stellen Sie eine DGL für  $k$  auf, lösen Sie sie mit Separation der Variablen und skizzieren Sie die Lösung für die gezeichnete Ausgangslage. 4P

**Aufgabe 4: Vektorgeometrie**

Eine gerade Pyramide mit quadratischer Grundfläche hat je zwei Ecken der Grundfläche auf den parallelen Geraden p und q und die Spitze auf der Gerade g.

$$p: \vec{r} = \begin{pmatrix} 3 \\ -2 \\ 3 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad q: Q(5/6/1) \in q, \quad g: \vec{r} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 7 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} -3 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

- a) Bestimmen Sie die Koordinaten der Pyramidenspitze S. 6P
- b) Berechnen Sie die Höhe der Pyramide.  
Wer in a) kein Resultat erhalten hat, rechne mit  $S(-2/5/8)$  weiter. 4P

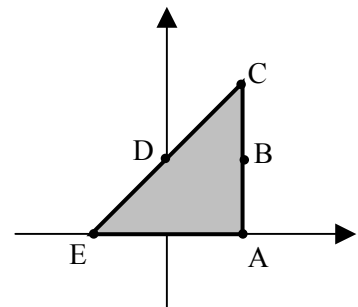
**Aufgabe 5: Komplexe Funktion**

Gegeben ist die komplexen quadratische Funktion  $f(z) = z^2$ .

- a) Bestimmen Sie das Bild des gezeichneten Dreiecks, Skizze mit Einheit 2H.

- a1) Bestimmen und zeichnen Sie die Bilder der eingezeichneten Punkte  $A(1)$ ,  $B(1 + i)$ ,  $C(1 + 2i)$ ,  $D(i)$ ,  $E(-1)$ .

- a2) Bestimmen Sie Gleichungen der Bilder der Strecken AC und CE, charakterisieren Sie die Kurven und skizzieren Sie das Bild des Dreiecks ACE.



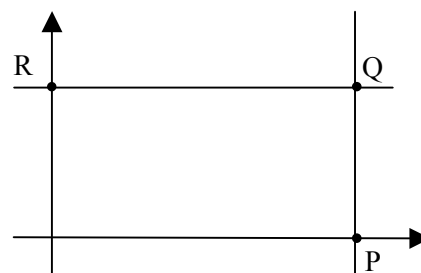
6P

- b)  $P(4)$   $Q(4 + 2i)$   $R(2i)$

Bestimmen Sie das Urbild

- b1) der Gerade PQ,  
b2) der Gerade RQ.

Geben Sie je eine Gleichung an und skizzieren sie die Kurve (Einheit 2H.).



4P