

Zeit: 180 Minuten

Alle Aufgaben werden mit derselben Punktzahl bewertet. Für das Punktetotal werden die vier am besten gelösten Aufgaben berücksichtigt. Vier vollständige, ausführlich hergeleitete Lösungen werden mit der Note 6 bewertet.

Hilfsmittel: Formelsammlung DMK
TI-92 mit Handbuch

Der Einsatz der Hilfsmittel ist klar anzugeben.

Aufgabe 1

Gegeben sind die Ebene $E_1: \vec{r} = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix} + u \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + v \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix}$, die Gerade $g: \vec{r} = \begin{pmatrix} -4 \\ 4 \\ 9 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 4 \\ -1 \\ -3 \end{pmatrix}$ und der Punkt

$P(2/4/3)$.

- Bestimme den Durchstosspunkt der Geraden g durch die Ebene E_1 .
- Bestimme die Koordinatengleichungen der Ebene E_1 und der Ebene E_2 , die durch den Punkt P und die Gerade g bestimmt ist.
- Bestimme die Schnittgerade s der Ebenen E_1 und E_2 .
- Bestimme den Winkel zwischen den Geraden g und s .

Aufgabe 2

Gegeben ist die Funktion $f: x \mapsto \frac{1}{25}x^2 [|x(x-5)| - x(x-5)]$.

- Skizziere den Graph (Einheit: 2 Häuschenlängen) und bestimme die Nullstellen der Funktion.
- Für welche x ist die Funktion differenzierbar? Bestimme die Ableitungsfunktion.
- Bestimme die Extrema und die Wertemenge \mathbb{W} der Funktion.
- Bestimme die Wendestelle und die Wendetangente.

Aufgabe 3

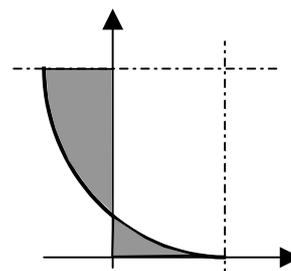
Ein Verlag beschäftigt zwei Lektorinnen. Die Lektorin A erreicht mit der Wahrscheinlichkeit $p_a = 0.98$, dass eine Druckseite fehlerfrei ist und die Lektorin B mit $p_b = 0.8$.

- Die Lektorin A erhält einen Roman mit 300 Seiten zur Kontrolle. Bestimme die Wahrscheinlichkeit, dass 0, 1, 2, ..., 300 Seiten fehlerfrei sind. Wie gross ist der Erwartungswert der fehlerfreien Seiten?
- Die Lektorin B soll einzelne Kapitel aus einem grösseren Auftrag kontrollieren. Der Verlag kann höchstens 3 Fehler in einem Kapitel akzeptieren. Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, dass die 3. fehlerhafte Seite die 3., 4., 5., 6., 7., 8., ..., n-te Seite ist? Zeichne die Verteilung für $3 \leq n \leq 30$. Wähle geeignete Einheiten.
- Bestimme den Erwartungswert der Anzahl Seiten bis bei der Lektorin B die 3. fehlerhafte Seite auftritt.

Aufgabe 4

Gegeben ist ein Viertelkreis mit dem Radius $r = 1$ und dem Mittelpunkt $M(a/1)$ mit $0 \leq a \leq 1$. Die Kurve begrenzt mit den Koordinatenachsen und der Geraden $y = 1$ eine Fläche.

- Bestimme den Inhalt der Fläche. Für welches a ist der Flächeninhalt extremal und wie gross ist der extremale Flächeninhalt?
- Die Fläche rotiert um die y -Achse und erzeugt dadurch einen "Eierbecher". Berechne das Volumen des Rotationskörpers.
- Für welches a ist das Volumen des erzeugten Rotationskörpers extremal und wie gross ist das extremale Volumen?



Aufgabe 5

Wer *zwei der drei* folgenden Kurzaufgaben löst, erhält die Maximalpunktzahl der Aufgabe.

- Gegeben sind die Zahlenmengen:

$$\mathbb{A} = \left\{ z \mid z \in \mathbb{C} \text{ und } |z - (3 + 4i)| - \frac{1}{2}i(z - \bar{z}) = 6 \right\}$$

$$\mathbb{B} = \left\{ z \mid z \in \mathbb{C} \text{ und } (2 - i)z + (2 + i)\bar{z} - 30 = 0 \right\}$$
 Bestimme, charakterisiere und zeichne die Zahlenmengen. Zeige und begründe, dass sich die Graphen von \mathbb{A} und \mathbb{B} berühren.
- Welche Zahl ist grösser: $\sin\left(\cos\left(\frac{\pi}{4}\right)\right)$ oder $\cos\left(\sin\left(\frac{\pi}{4}\right)\right)$?
- In einem 7-stelligen Codewort, das aus Ziffern 0, 1, 2, ..., 9 besteht, soll die Ziffer 1 mindestens dreimal vorkommen. Wie viele Codewörter gibt es?