

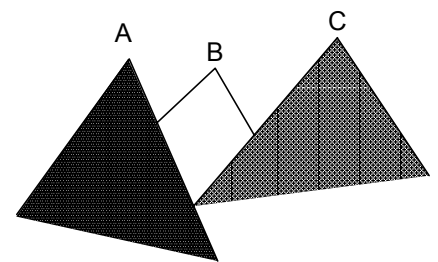
Prüfungsdauer	180 Minuten
Erlaubte Hilfsmittel	Formelsammlung „Formeln und Tafeln“ Taschenrechner TI 92 (ohne Handbuch)
Total	5 Aufgaben
Maximale Punktzahl	50; Note 6 für 45 Punkte

Es wird Wert auf eine saubere Darstellung gelegt.

- **Jede Aufgabe soll auf einem neuen Bogen begonnen werden und muss einen vollständigen und nachvollziehbaren Lösungsweg enthalten.**
- **Jeder Bogen ist mit Nummer, Name und Klasse zu beschriften.**

Aufgabe 1**10 Punkte**

- 1.1 In Montasien gibt es viele Berge. Bei der Landvermessung wird von einer nicht gekrümmten Erdoberfläche ausgegangen. Es werden kartesische Koordinaten x , y und z verwendet, wobei z die Höhe über (ebenem) Meer beschreibt. Die Einheit der Koordinaten ist 1 km.



Vom Touristenort $T(0/0/1)$ aus kann man die Bergspitzen $A(-3/4/6)$, $B(0/10/9)$ und $C(6/7/12)$ etwa gemäss Figur erblicken.

- a) Welche Luftlinie ist länger, \overline{AB} oder \overline{AC} ?
- b) Wie hoch muss man in T mit dem Ballon senkrecht aufsteigen, damit alle drei Bergspitzen A, B und C auf einer Geraden zu liegen scheinen?
- 1.2 Eine Radarstation in $R(0/0/0)$ erfasst gleichzeitig zwei verschiedene Flugzeuge (einen Jet und ein Passagierflugzeug). Das Passagierflugzeug durchfliegt kurz hintereinander die Punkte $P_1(-1/3/11)$ und $P_2(-0.5/3.7/10.7)$. Der Jet hat im Punkt $P(2/9/14)$ den

$$\text{Richtungsvektor } \vec{u} = \begin{pmatrix} 1 \\ -8 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Berechnen Sie anhand dieser Messdaten, ob die beiden Flugbahnen sich schneiden. Sind die Flugbahnen parallel?

Aufgabe 2**10 Punkte**

In einer Urne befinden sich 6 Kugeln mit den Zahlen 1,1,4,5,5,5.

2.1 Es wird jeweils eine Kugel entnommen, ihre Zahl notiert, und die Kugel wieder zurückgelegt.

a) Nun wird zweimal gezogen.

(1) Stellen Sie alle möglichen Summenwerte als Ergebnisse dieses zweimaligen Ziehens zusammen. Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeiten für diese Summenwerte.

(2) Mit welcher Wahrscheinlichkeit werden zwei verschiedene Zahlen gezogen?

b) Wie oft muss gezogen werden, damit die Wahrscheinlichkeit, dass mindestens einmal die Zahl 4 ersch

c) Ist es wahrscheinlicher bei drei Ziehungen mindestens einmal eine 5 oder bei sechs Ziehungen mindestens zweimal eine 5 zu ziehen? (Begründung durch Rechnung)

2.2 Jetzt wird aus der Urne **ohne** Zurücklegen gezogen.
Mit welcher Wahrscheinlichkeit

a) sind beim Ziehen von drei Kugeln beide Einer dabei?

b) erhält man beim Ziehen von zwei Kugeln den Summenwert von mindestens 9?

Aufgabe 3**10 Punkte**

Gegeben sind zwei Funktionen $f : x \mapsto y = x^2$ und $g : x \mapsto y = 2x^2 - 4x + 5$.

a) Skizzieren Sie die beiden Funktionsgraphen.

b) Zeigen Sie, dass sie keinen gemeinsamen Punkt haben.

c) Bestimmen Sie für den Punkt $P(t/?)$ des Graphen von g die Gleichung der Tangente.

d) Schneiden Sie diese Tangente mit dem Graphen von f und geben Sie die x -Koordinaten der Schnittpunkte an.

e) Berechnen Sie das Quadrat des Abstandes dieser beiden Schnittpunkte in Abhängigkeit von t .

f) Für welches t ist der Abstand minimal?

Aufgabe 4**10 Punkte**Gegeben sind die Funktionen f_1 und f_2 mit

$$f_1(x) = \sqrt[a]{x} = x^{\frac{1}{a}}$$

und

$$f_2(x) = \frac{1}{x^{(a^2)}} = x^{-(a^2)}$$

für $a > 1$ und $x \geq 0$.

- Zeichnen Sie eine Figur für $a = 2$ und berechnen Sie den Inhalt der Fläche zwischen den Graphen von f_1 und f_2 und der x -Achse.
- Die Fläche von a) wird durch die Parallele zur y -Achse mit der Gleichung $x = 2.5$ geteilt. Welchen Anteil an der Gesamtfläche macht das grössere Teilstück aus?
- Berechnen Sie für beliebiges a das Volumen des Rotationskörpers, der durch die Drehung der in a) erwähnten Fläche um die x -Achse entsteht.
- Eine Parallele zur x -Achse schneidet die in a) betrachtete Fläche in zwei Teile. In welcher Höhe kommt sie zu liegen, wenn die beiden Teilkörper, die durch Rotation der Teilflächen um die x -Achse entstehen, gleiches Volumen haben sollen?

Aufgabe 5**Unabhängige Kurzaufgaben****(3/4/3) Punkte**

5.1 Skizzieren Sie für $0 \leq x \leq 2\pi$ den Graphen der Funktion f mit $f(x) = \sin\left(2 \cdot x - \frac{\pi}{4}\right)$ und berechnen Sie die Stellen mit extremaler Steigung.

5.2 Die Graphen einer Funktionenschar f_k ganzrationaler Funktionen 3. Grades schneiden die x -Achse im Punkt $N_k(\sqrt{3} \cdot k/0)$. Sie sind symmetrisch zum Ursprung und ihre Wendetangenten haben die Steigung $\frac{3}{4}k$ ($k \neq 0$).

Zeigen Sie, dass die Funktionenschar $f_k(x)$ mit $f_k(x) = \frac{-1}{4k} \cdot x^3 + \frac{3}{4}k \cdot x$ diese Bedingungen erfüllt.

- 5.3**
- Wie viele Anordnungsmöglichkeiten der Buchstaben T E L E G E N gibt es?
 - Bei wie vielen davon treten alle drei E's nebeneinander auf?
 - Bei wie vielen davon treten genau zwei E's nebeneinander auf?