PHYSIK UND ANWENDUNGEN DER MATHEMATIK

180 Minuten

Hilfsmittel: Formelsammlung DMK und der Rechner TI-92 mit Handbuch.
Die Lösungen sind ausführlich zu dokumentieren und der Einsatz der Hilfsmittel ist klar anzugeben.
Die Physikaufgaben Nr.1-3 und die Anwendungen der Mathematik Nr.4-6 sind auf separaten Bögen zu lösen.
Die Note 6 wird für 50 Punkte erteilt.

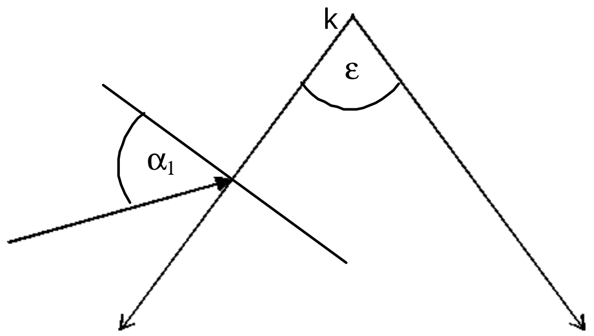
PHYSIK

1. **Lichtbrechung (11 Punkte)**

a) Erkläre das Brechungsgesetz von Snellius anhand einer Zeichnung mittels der Huygens'schen Wellentheorie für eine Brechung an einer ebenen Grenzfläche zweier Medien mit dem relativen Brechungsindex $n_{12} = 1.5$.

b) Ein Laserstrahl wird durch ein Glasprisma gebrochen. Der Strahl liegt in der Zeichenebene. Das Prisma ist von Luft umgeben (zu behandeln wie Vakuum).
Gegeben sind:
Winkel zwischen den brechenden Grenzebenen = ε
Brechungsindex des Glases = n
Einfallswinkel = α_1.
Gesucht sind:
Berechnung des Deviationswinkels = Winkel(Einfallsstrahl, Ausfallsstrahl) = δ,
Numerische Berechnung von δ für $\varepsilon = 50.0°$, $n = 1.48$, $\alpha_1 = 62.0°$.

c) Für welchen Bereich des Einfallswinkels erfolgt statt Austritt aus der zweiten Grenzfläche dort eine Totalreflexion? Falls der Einfallsstrahl aus dem Winkelbereich oberhalb des Lotes kommt, ist α_1 negativ. Die Grenzflächen sind unendlich ausgedehnt zu denken, das heisst der Schnitt der Grenzflächen mit der Zeichenebene ist je eine Halbgerade.



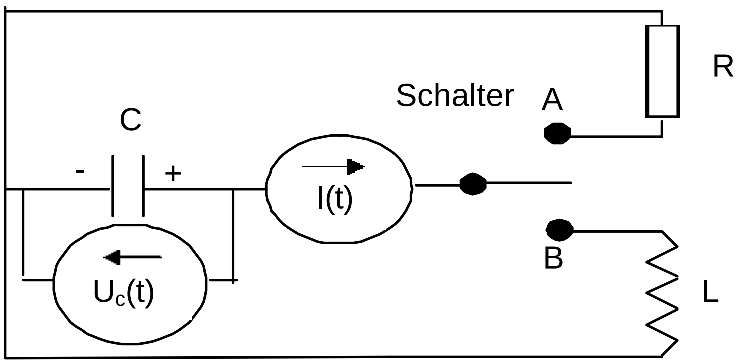
PHYSIK UND ANWENDUNGEN DER MATHEMATIK

PHYSIK

2. **Spannung und Strom mit C, R, L (12 Punkte)**
   Zur Zeit t = 0 s ist der Kondensator C geladen, seine Spannung ist $U_o = +100$ V.
   Der Schalter S wird zur Zeit t = 0 s entweder in die Stellung A gebracht, sodass der Widerstand R in den Stromkreis einbezogen wird, oder in die Stellung B, sodass die Induktivität L (ohne Ohm'schen Anteil) in den Stromkreis einbezogen wird. C = 1.00 μF, R = 50 kΩ, L = 0.20 H.

   a) Finde mit den Kirchhoff'schen Gesetzen und den grundlegenden elektrischen Beziehungen die Differentialgleichung für den zeitlichen Verlauf der Spannung $U_C(t)$ je in den beiden Fällen. Die Stromstärke durch R und die Spannung an R haben bei gleicher Orientierung dasselbe Vorzeichen. Das gilt analog für I_L und U_L.
   Löse die Differentialgleichungen unter Verwendung der Anfangsbedingung.

   b) Erkläre den zeitlichen Verlauf I(t) in den beiden Fällen.
   Erstelle qualitativ korrekte Grafiken dazu.
   Mache quantitative Aussagen über Halbwertszeit t_H, Frequenz f, Anfangsstrom I_o bzw. maximalen Strom I_{max}. Diskutiere den Verlauf I(t) im Vergleich mit $U_C(t)$.



3. **Spezielle Relativitätstheorie und Quanten (7 Punkte)**
   Ein „ruhender" Beobachter registriert, dass sich von links ein Objekt A mit Geschwindigkeit v_A und von rechts ein Objekt B mit Geschwindigkeit v_B nähern. Beide Objekte senden Lichtquanten aus, die in ihren eigenen Systemen die Wellenlänge λ = 600 nm besitzen. Diese Lichtquanten dienen dem „ruhenden" Beobachter dazu, die Geschwindigkeit der Objekte A und B zu finden.

   a) Bestimme v_A und v_B als Vielfache der Lichtgeschwindigkeit c, wenn der Beobachter λ_A' = 392.8 nm beziehungsweise λ_B' = 300.0 nm registriert.

   b) Welche Geschwindigkeit v des Systems B würde ein Beobachter im System A feststellen?

   c) Bestimme den Impuls, die Energie in eV und die Ruhmasse eines beschriebenen auf das Ruhsystem auftreffenden Lichtquantes von A, registriert im „Ruhsystem".

PHYSIK UND ANWENDUNGEN DER MATHEMATIK

ANWENDUNGEN DER MATHEMATIK

4. **Komplexe Funktion (10 Punkte)**
   Gegeben ist die komplexe Funktion $f : z \longrightarrow w$ mit $w = f(z) = i z^2 - 2z + 1$ für $z \in \mathbb{C}$ und die Zahlenmenge $M := \{ z \mid (1 + i)\, z + (1 - i)\, \bar{z} + 2 = 0 \}$.
   a) Bestimme und zeichne die Menge M in der komplexen Ebene.
   b) Bestimme das Bild von M und stelle es in der komplexen Ebene dar (Einheit 2 Häuschenlängen).

5. **Differentialgleichung (10 Punkte)**
   Gegeben ist die inhomogene Differentialgleichung: $xy' - y - x = 0$. Berechne für $x > 0$
   a) die Lösung der homogenen Differentialgleichung $xy' - y = 0$ mit Separation der Variablen.
   b) eine partikuläre Lösung der inhomogenen Differentialgleichung mit Variation der Konstanten.
   c) die allgemeine Lösung der inhomogenen Differentialgleichung.
   d) die Lösung der inhomogenen Differentialgleichung für $y(1) = 2$.

6. **Statistischer Test (10 Punkte)**
   Von zwei neuen Futtermitteln A und B soll B angeblich besser nähren als das A. Um diese Behauptung zu überprüfen wurden zwei zufällig gebildete Gruppen von Ratten während 60 Tagen mit dem Futter A bzw. B gefüttert und danach die Endgewichte (in g) bestimmt.
   a) Formuliere die allgemeinen Hypothesen.
   b) Ein erstes Experiment wurde mit den Stichprobenumfängen $n_A = 4$ und $n_B = 5$ durchgeführt und ergab die folgenden Endgewichte:

A	119	158	121	90	
B	130	163	122	166	142

   Bestimme unter der Annahme der Nullhypothese die Wahrscheinlichkeit, dass die Rangsumme für die Gruppe A kleiner gleich k ist für k = 10, 11 , 12, 13, 14 d.h. $P(R_A \leq k)$.
   Führe damit den Rangsummentest von Wilcoxon-Mann-Whitney mit dem Sicherheitsniveau 5% durch.
   c) Ein Experiment mit den grösseren Stichprobenumfängen $n_A = 11$ und $n_B = 9$ ergab die folgenden Endgewichte:

A	119	178	102	90	113	136	123	121	149	138	109
B	130	163	122	166	142	179	159	210	164		

   Führe den Rangsummentest von Wilcoxon-Mann-Whitney mit dem Sicherheitsniveau 5 % durch.