

## Grundlagenfach Mathematik

PRÜFUNG FÜR KANDIDATEN/KANDIDATINNEN MIT SCHWERPUNKTFACH PHYSIK UND ANWENDUNGEN DER MATHEMATIK

180 Minuten

Vier vollständige, ausführlich hergeleitete Lösungen werden mit der Note 6 bewertet. Alle Aufgaben haben dasselbe Gewicht.

*Hilfsmittel:* Formelsammlung DMK und der Rechner TI-92 mit Handbuch

*Der Einsatz der Hilfsmittel ist klar anzugeben.*

### 1. Vektorgeometrie

Von einer Dreieckspyramide ABCD ist bekannt:

- Die Ebene  $E_1$  der Grundfläche ABC enthält die Punkte  $A(0, 0, 1)$   $U(6, 6, 1)$   $V(-2, 8, -1)$

- Die Ebene  $E_2$  der Seitenfläche BCD:  $\vec{r} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 6 \end{pmatrix} + u \begin{pmatrix} -1 \\ -5 \\ 8 \end{pmatrix} + v \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$

- Die Gerade  $g$ , auf der die Ecke D liegt:  $\vec{r} = \begin{pmatrix} 4 \\ 8 \\ 5 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix}$

- Das Dreieck ABC der Grundfläche ist rechtwinklig mit  $\alpha = 90^\circ$

- Die Kantenlänge  $\overline{AB}$  beträgt  $3\sqrt{2}$ .

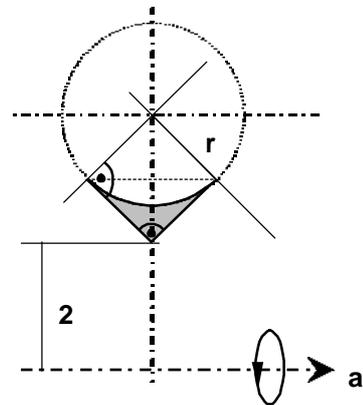
- Bestimme die Ebenen  $E_1$  und  $E_2$  in der Koordinatenform und die Schnittgerade  $s$  der Ebenen  $E_1$  und  $E_2$ .
- Bestimme **eine** der möglichen Lagen der Ecken B, C und D.
- Berechne den Flächeninhalt der Grundfläche.

Wenn B und C nicht bestimmt werden können, verwende:  $A(0, 0, 1)$   $B(1, 1, 5)$   $C(5, 3, -1)$

### 2. Integral

Die markierte Fläche rotiert um die eingezeichnete Achse  $a$  und erzeugt eine Radfelge.

Bestimme das Volumen der Radfelge für den Radius  $r = \sqrt{2}$ .



### 3. Wahrscheinlichkeit

Die Grippeimpfung verhindert mit der Wahrscheinlichkeit  $p = 0.8$  bei einem Menschen, der mit einem Kranken in Berührung kommt, dass er sich mit der Krankheit infiziert. Ein Team von 24 Frauen und 12 Männern, das besonders schwer erkrankte Patienten pflegt, wird geimpft.

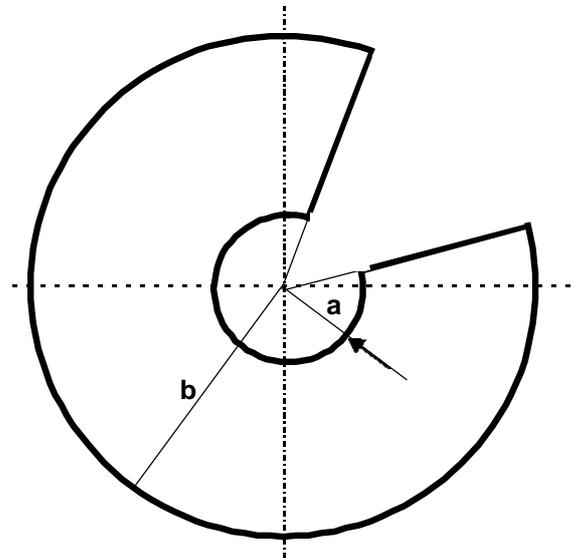
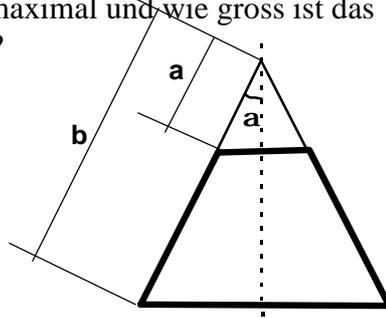
- Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, dass 0, 1, 2, ..k Teammitglieder erkranken?
- Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, dass höchstens  $\frac{1}{4}$  des Teams erkrankt?
- Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, dass mindestens  $\frac{2}{3}$  des Teams nicht erkrankt?
- Vom Pflegeteam sind 4 Mitglieder erkrankt. Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, dass die Erkrankten lauter Männer sind?

## Grundlagenfach Mathematik

PRÜFUNG FÜR KANDIDATEN/KANDIDATINNEN MIT SCHWERPUNKTFACH PHYSIK UND ANWENDUNGEN DER MATHEMATIK

### 4. Extremalwert

Aus einem Kreisringsektor mit den Radien  $a = 1$  und  $b = 4$  wird der Mantel eines Kegelstumpfes erzeugt. Für welchen Winkel  $\alpha$  ist das Volumen des Kegelstumpfes maximal und wie gross ist das maximale Volumen?



### 5. Kurzaufgaben

Wer zwei der drei folgenden Kurzaufgaben löst, erhält die Maximalpunktzahl der Aufgabe.

- a) Wie viele Möglichkeiten gibt es, 19 Fr auf 4 Personen A, B, C und D zu verteilen, wenn die 3 folgenden Bedingungen erfüllt sein müssen?
- keine Person darf leer ausgehen.
  - die kleinste Einheit ist 1 Fr.
  - die Person A akzeptiert **nur** Fünfliber.
- b) Gegeben ist die Gleichung  $z^3 + az^2 - 7z + c = 0$  mit den folgenden Bedingungen:
- die Koeffizienten  $a$  und  $c$  sind reelle Zahlen.
  - die Summe der beiden komplexen Lösungen ist 4.
  - das Produkt der beiden komplexen Lösungen ist 5.
- Bestimme die Lösungen und die Koeffizienten der Gleichung.
- c) Eine halbkugelförmige Schale ist mit Wasser gefüllt. Wie gross ist der Bruchteil des Wassers, das in der Schale bleibt, wenn man sie um  $30^\circ$  kippt?