Kantonsschule Luzern **Matura 2006** **Mathematik**

Lösungen Grundlagenfach Serie A

1. a) 2.39

b) a = 3

c) $u = \sqrt{17} - 1 \approx 3.12$

2. a) $a = \frac{-1}{200}$, $c = 150$

b) 50 m

c) $A \approx 5833.3$

3. a) $E: \quad 4y + 3z - 63 = 0$, $\alpha = 55.55°$, $\beta = 36{,}87°$

b) $h_T = 9\tfrac{1}{3} m$, $\overline{ST^*} = 2\tfrac{2}{9} m$

c) $d = 5m$

4. a) 27 Möglichkeiten; 19 Möglichkeiten mit Glocke

b) 48 Rappen

c) 0,5345

d) mindestens 10 Spiele

5. a) $V_{\max} = \frac{16}{27}$

b) (i) 220 (ii) 12! (iii) 277'200 (iv) 5'184 (v) 11!

Kantonsschule Luzern **Matura 2006** **Mathematik**

Lösungen Grundlagenfach Serie B

1. a) Nachweis (versch. Varianten), z. B.: $D \in E_{ABC}$

b) Zeige $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$, $\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AD}$ und $\overline{AB} = \overline{BC}$

2. a) H(4/3/7)

b) $S\left(5|5|15\right)$

c) $\alpha \approx 75.96°$

d) $\left|\overrightarrow{BP}\right| \approx 6.55$

3. a) Minimumstelle an der Stelle $x = \ln\frac{1}{t}$; keine Wendestelle; Extrempunkt an der Stelle 1: $t = \frac{1}{e}$

b) $t: y = \left(t-1\right)x+1$; $t = 2$

c) $t = 1$; $A \approx 0.18$ und Nachweis

4. a) $x = \pm\dfrac{\sqrt{2a}}{2}$; senkrechte Asymptote: y-Achse; waagrechte Asymptote: y = 2; Nachweis

b) 3,03%

c) $V \approx 3.95$

5. 84 rote Kugeln

6. a) 0,65%

b) 24%

c) 230

d) 6,1%

e) 0.4

Kantonsschule Luzern **Matura 2006** **Mathematik**

Lösungen Grundlagenfach Serie C und Englische Prüfung

1. a) $y=-\frac{1}{2}x+5$, $y=-z+5$, $z=-\frac{1}{2}x+5$

b) Zeichnung

c) $E_2:\ 2x+2y+3z=12$; $\vec{r}(t)=\begin{pmatrix}2\\4\\0\end{pmatrix}+t\begin{pmatrix}-2\\-1\\2\end{pmatrix}$

d) Zeichnung; $V=23\frac{1}{3}$

e) $\beta \cong 53.96°$

2. a) Punktsymmetrisch bzgl. (0/0); Nullstellen: $x_1=0,\ x_2=\sqrt{3},\ x_3=-\sqrt{3}$, $H(1/2)$, $T(-1/-2)$, $W(0/0)$

b) $H_a\left(\sqrt{\frac{a}{3}}\Big/\frac{2\sqrt{3}\,a^{\frac{3}{2}}}{9(a-2)}\right)$

c) $a=6$ ist Minimumstelle

d) $a\cong 4.397097$ ist Minimumstelle

3. a) $f(x)=\frac{1}{2}x^4-3x^2+\frac{1}{2}$ b) Fläche = $\frac{24\sqrt{3}}{5}$

c) $V_x=\frac{4672\pi}{315}$ d) 4 : 1

4. a) a1) $p(X=15)\cong 12.23\%$ a2) $p(X\geq 12)\cong 86.10\%$

b) $n\geq 13$

c) c1) $p(Y>117)\cong 20.9\ \%$ c2) $p(Y\leq 116)\cong 67.7\ \%$ c3) $E(Y)=115$

5. a) $\varphi\cong 40.60°$

b) $t=1,\ s=-1,\ z=7$, Schnittpunkt $S(3/-2/1)$, $w_1:\ \vec{r}(s)=\begin{pmatrix}3\\-2\\1\end{pmatrix}+s\cdot\begin{pmatrix}2\\4\\1\end{pmatrix}$

c) c1) p(genau 2 schwarze) $\cong 0.4196$ c2) p(mind. 3 weisse) $\cong 0.6574$

Kantonsschule Luzern **Matura 2006** **Mathematik**

Lösungen Grundlagenfach SF PAM

1. a) $\left|\overrightarrow{PQ}\right| = \left|\overrightarrow{QR}\right| = \left|\overrightarrow{RS}\right| = \sqrt{8}$, Skizze

b) Nachweis; $\varepsilon:\ x + y + z = 6$

c) $\varphi \cong 54.74°$

d) $T(2/0/4)$, $U(4/0/2)$; Skizze

e) Die Spitze der Pyramide ist $O(0/0/0)$, $V = 24$

2. a) Nullstelle: $x = e^a$ ($x > 0$!), Extremalstelle : Minimum in $x = e^{a-1}$; kein Wendepunkt

b) $f_a(x) \to 0$ für $x \to 0$; $f_a'(x) \to -\infty$ für $x \to 0$

c) Zeichnung

d) Gerade g: $y = -\frac{\ln 2}{2} x$

3. a) $p = -12$ und $q = 36$

b) 1 : 2

c) $V_{\text{Rotationskörper}} = 18 \cdot \pi$

d) $x_{max} = \frac{8}{3}$, 2. Grundseite $a = 4$; Schenkel b (= d) ≈ 4.8074

4. a_1) $P(F_1 \cup F_2) \cong 0.09998$; a_{21}) $P(F_1 \cap F_2) \cong 0.00203$ a_{22}) $P\left(F_1 \cap \overline{F_2}\right) + P\left(\overline{F_1} \cap F_2\right) \cong 0.09795$

b_{11}) $P(X = 5) \cong 0.1849$; b_{12}) $P(X \le 3) \cong 0.2503$
b_2) man darf höchstens vier Schrauben untersuchen.
b_{31}) $P_{31} \cong 0.0656$, b_{32}) $P_{32} = 0.729$

5. a) $h \cong 121$ m

b) 1'271'350'080'000

c) $1 \le m \le \frac{\pi}{12} + \frac{\sqrt{3}}{2} \cong 1.1278$

6. a) A: Hyperbel mit M(4 / 0); B: gleichseitige Hyperbel in 1.Hauptlage mit $a = b = 4$, $c = 4\sqrt{2}$

M(4 / 0) , Scheitelpunkte $S_1(8 / 0)$, $S_2(0 / 0)$; Zeichnung

b) $z_1 = -1 - 3i$; $z_2 = 9 + 3i$

c) Kreis mit $M(-16 - 30i)$ und $r = 1$, wird für $0 \le \beta \le 2\pi$ zweimal durchlaufen.

7. a) α: $\begin{aligned} x' &= \frac{1}{2}x + 2y + 2 \\ y' &= \frac{1}{2}x - y - 2 \end{aligned}$

b) Bildgerade f': $y = -\frac{1}{5}x - \frac{17}{5}$

c) $F = 27$

d) $A \cong 58.56$

8.1 a) Allgemeine Lösung der homogenen DGL $y_1 = \frac{c}{x}$

b) Spezielle Lösung der inhomogenen DGL $y_2 = \frac{1}{4}x^3 + 2x$

c) Allgemeine Lösung der inhomogenen DGL $y = \frac{c}{x} + \frac{1}{4}x^3 + 2x$

d) Spezielle Lösung der inhomogenen DGL $y = \frac{x^4 + 8x^2 - 8}{4x}$

8.2 DGL $\dot{s} = -0{,}03 \cdot s + 1{,}5$; $s(t) = 50 \cdot e^{-0{,}03t} + 50$, Graph