

**Kantonsschule Alpenquai Luzern**

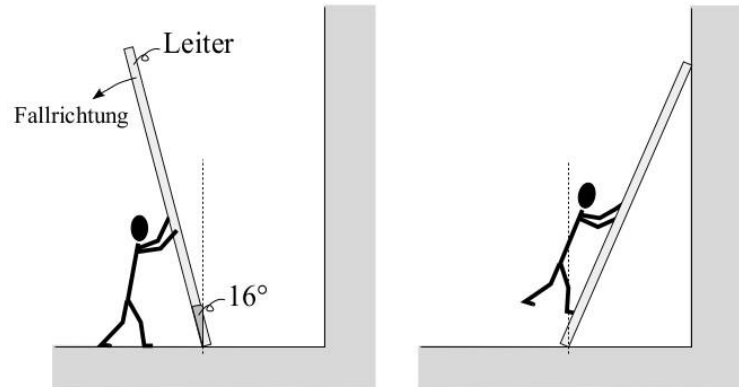
## Schriftliche Maturitätsprüfung 2017

Fach	<b>Schwerpunktfach</b> <b>Physik und Anwendungen der Mathematik</b>	
Prüfende Lehrpersonen	<i>Philipp Spindler</i> <i>Michael Portmann</i>	<i>philipp.spindler@edulu.ch</i> <i>michael.portmann@edulu.ch</i>
Klassen	6d	
Prüfungsdatum	22. Mai 2017	
Prüfungsdauer	180 Minuten	
Erlaubte Hilfsmittel	Formelsammlung DMK Taschenrechner Rechner TI-30 / TI-92 / Voyage 200	
Anweisungen zur Lösung der Prüfung	<p><b>Liebe Maturandinnen und Maturanden,</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• <b>Lösungen sind sauber darzustellen und ausführlich zu dokumentieren.</b></li> <li>• <b>Bitte lösen Sie die Aufgaben 1 - 5 (Physik) und 6 - 9 (Mathematik) auf separate Bögen.</b></li> <li>• <b>Für 50 Pkt wird die Note 6 erteilt.</b></li> </ul> <p><b>Wir wünschen viel Glück und viel Erfolg.</b></p> <p style="text-align: right;"><b>Philipp Spindler</b> <b>Michael Portmann</b></p>	
Anzahl erreichbarer Punkte	<p><b>Physik</b>  <i>Aufgabe 1: 6 Punkte</i>  <i>Aufgabe 2: 6 Punkte</i>  <i>Aufgabe 3: 6 Punkte</i>  <i>Aufgabe 4: 6 Punkte</i>  <i>Aufgabe 5: 6 Punkte</i></p>	<p><b>Mathematik</b>  <i>Aufgabe 6: 7 Punkte</i>  <i>Aufgabe 7: 8 Punkte</i>  <i>Aufgabe 8: 6 Punkte</i>  <i>Aufgabe 9: 9 Punkte</i></p> <p><b><u>Total: 60 Punkte</u></b></p>
Anzahl Seiten (inkl. Titelblatt)	6	

1. Mechanik

a) 3,0 Pkt      b) 3,0 Pkt

Dave muss an einer Hauswand nahe dem Dach einen Teil der Hauswand neu streichen. Damit er diesen Teil der Hauswand überhaupt erreichen kann, stellt er eine 4,8 Meter lange Leiter (Masse: 9,5 kg, Trägheitsmoment:  $72,96 \text{ kg m}^2$ ) auf. Wir sehen rechts zwei Bilder, die Dave beim Leiteraufstellen respektive beim Hochklettern auf der Leiter zeigen.



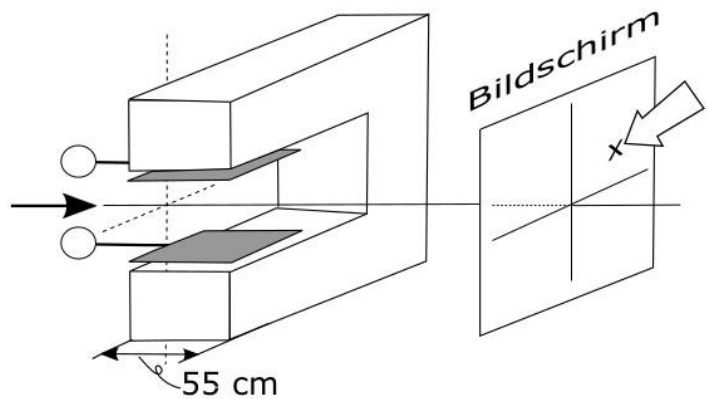
- a) Da Dave beim Aufstellen der Leiter etwas zögert, beginnt plötzlich die Leiter zu kippen. Erschrocken springt er zur Seite, so dass die Leiter schliesslich auf den Boden knallt. Wie gross ist die Beschleunigung des obersten Punktes auf der Leiter, in dem Augenblick, in welchem er im Bild oben links die Leiter loslässt? *Drehmomentbild und Berechnung!*
- b) Unsere Nachbarn haben Dave ebenfalls zugeschaut, wie er die Leiter aufgestellt hat. Sie erzählen uns später folgendes:
- Wenn die Leiter bei Aufstellen auf dem Boden zu rutschen beginnt, so dreht sie um die Hände von Dave.
  - Als Dave beim Hochklettern mit einem Fuss ausrutscht und ihn, wie Bild oben rechts gezeigt, schnell nach hinten bewegt, bleibt die Leiter so wie vorher stehen.

Entscheiden Sie eindeutig, ob diese beiden Aussagen richtig oder falsch sind. *Begründung?*

## 2. Elektrizitätslehre

a) 3,0 Pkt  
 b) 3,0 Pkt

Wie mit dem Pfeil links angedeutet fliegen Chlor-Ionen (Molmasse: 35,42 g/mol, einfach negativ geladen) mit hoher Geschwindigkeit ( $6,31 \cdot 10^5$  m/s) auf das abgebildete Spektrometer zu. Das Spektrometer besteht aus zwei grau eingefärbten, elektrisch geladenen Platten, einem Hufeisenmagneten und einem Bildschirm.



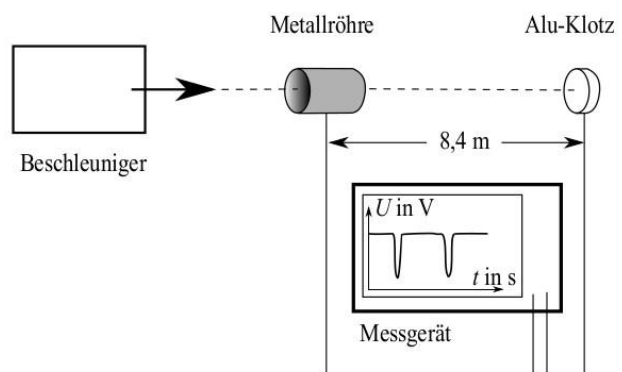
a) Welche Pole braucht es, damit die Chlor-Ionen auf dem Bildschirm beim Punkt x landen? Pole einzeichnen und deren Wirkung physikalisch erklären!

b) Unerklärlicherweise werden die beiden Platten entladen. Wie weit werden die Chlor-Ionen nach hinten verschoben, bis sie den 55 cm breiten Wirkungsbereich des Magnetfeldes ( $106700$  A/m) verlassen? Berechnung!

## 3. Relativitätstheorie

a) 3,5 Pkt  
 b) 2,5 Pkt

William Bertozzi hat untersucht, wie sich die Effekte der speziellen Relativitätstheorie bei sehr schnellen Elektronen zeigen. Sein Interesse galt vor allem der kinetischen Energie und deren Abhängigkeit von der Geschwindigkeit. In seinem Versuch schießt er mit einem Beschleuniger ein Bündel bestehend aus ein paar hundert Elektronen durch eine Metallröhre auf einen Alu-Klotz.



Da ein Teil der Elektronen auf der Metallröhre verbleibt, entsteht ein erster Spannungspuls. Beim Aufprall der Elektronen auf den Alu-Klotz entsteht ein zweiter Spannungspuls. Mit diesen beiden Spannungspulsen konnte Bertozzi die Zeit zwischen Metallröhre und Alu-Klotz messen und daraus die Geschwindigkeit bestimmen. Hier im Bild beträgt die Zeit zwischen den Spannungspulsen  $3,93 \cdot 10^{-8}$  s.

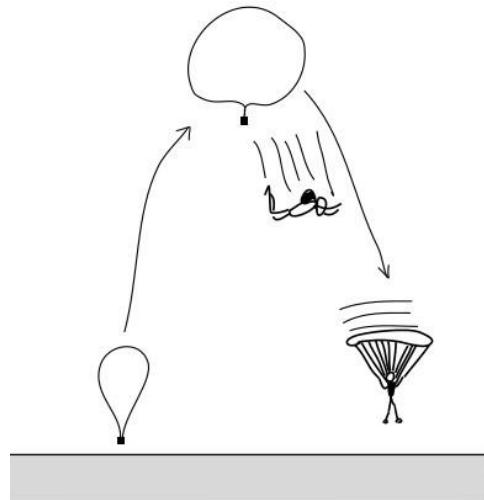
a) Mit welcher Beschleunigungsspannung wurden die Elektronen beschleunigt? Berechnung!

b) In seiner Veröffentlichung zu diesem Versuch betont Bertozzi, dass für den Versuch entscheidend sei, dass die beiden Kabel zwischen Messgerät und Metallröhre respektive Alu-Klotz möglichst die gleiche Länge aufweisen. Warum ist dies wichtig? Erklären Sie, wie das elektrische Signal entsteht und antworten Sie physikalisch!

**4. Wärmelehre**

**a)** 2,5 Pkt  
**b)** 3,5 Pkt

An einem schönen Tag (Luftdruck:  $105\,845\text{ Pa}$ ) lässt sich der Extrem - Fallschirmspringer Felix Baumgartner von einem mit  $142\text{ kg}$  Helium gefüllten Ballon bis auf eine Höhe von  $30\text{ Kilometer}$  nach oben tragen und springt schliesslich von dort ab. Nach einem längeren, weltrekordverdächtigen freien Fall öffnet er auf  $1000\text{ Meter}$  über der Erdoberfläche den Fallschirm und schwebt sanft zur Erde hinunter.



**a)** Wir wissen, dass sich die Heliumteilchen an der Erdoberfläche im Durchschnitt mit  $1378\text{ m/s}$  bewegen. Welches Volumen hat der Ballon an der Erdoberfläche? *Berechnung!*

**b)** Der Ballon selber bewegt sich vom Gewicht von Felix Baumgartner befreit noch weiter nach oben und platzt, als sein Volumen viermal grösser als an der Erdoberfläche ist.

- Warum wird das Volumen **unter realen Bedingungen in der Atmosphäre** grösser? *Physikalische Erklärung!*
- Wie könnten wir aufgrund der obigen Angabe „Platzen bei vierfachem Volumen“ die Höhe, wenn der Ballon platzt, mit Hilfe von Gleichungen abschätzen? *Welche Gleichungen würden Sie wie und warum verwenden, OHNE Zahlen zu berechnen?*

**5. Quantenphysik**

**a)** 1,0 Pkt  
**b)** 2,0 Pkt  
**c)** 3,0 Pkt

In einem Lehrbuch wird die Elektronenhülle des Wasserstoffatoms (Radius:  $0,529 \cdot 10^{-10}\text{ m}$ ) vereinfacht mit Hilfe eines in einem unendlich hohen Kasten eingesperrten Elektrons beschrieben. Neben dem Text mit der untenstehenden Gleichung für die Energie bei Hauptquantenzahl  $n$  wird mit einem Bild der Wellenfunktion gezeigt, was der Zahlenwert 5 als Hauptquantenzahl bedeutet.

$$E_n = \frac{h^2}{32 \cdot m \cdot r^2} \cdot n^2$$

- a)** Wie sieht dieses Bild der Wellenfunktion aus? *Beschriftete Skizze!*
- b)** Welche physikalischen Ideen wurden verwendet, damit wir hier überhaupt von einer Wellenfunktion sprechen? *Erklären Sie!*
- c)** Welche Frequenz muss das aufs Wasserstoffatom auftreffende Licht aufweisen, damit ein Elektron aus dem Grundzustand in den Zustand mit Hauptquantenzahl 5 übergeht? *Berechnung mit Herleitung der Gleichung ausgehend von der kinetischen Energie des Elektrons!*

## 6. Affine Abbildung

**a)** 2,5 Pkt      **b)** 3,0 Pkt      **c)** 1,5 Pkt

---

Eine perspektive Affinität  $\alpha$  ist durch die Fixpunktgerade  $y = \frac{1}{2}x$  und das entsprechende Punktepaar  $P(-1/3)$  und  $P'(8/-3)$  gegeben.

- a)** Bestimmen Sie die Eigenwerte der Abbildung  $\alpha$ , ohne die Abbildungsgleichung aufzustellen.
- b)** Bestimmen Sie nun die Abbildungsgleichung von  $\alpha$  in der Form  $\vec{r}' = A\vec{r} + \vec{c}$ . Berechnen Sie die Eigenwerte von  $\alpha$  mit Hilfe des charakteristischen Polynoms.
- c)** Der Kreis  $k$  mit der Gleichung  $x^2 + y^2 = 4$  wird unter  $\alpha$  abgebildet. Von welchem Kurventyp ist die Bildfigur  $\alpha(k)$ ? Welchen Flächeninhalt schliesst die Bildfigur ein? Es muss keine Gleichung für die Bildfigur  $\alpha(k)$  berechnet werden!

## 7. Differentialgleichungen

**a)** 1,0 Pkt      **b)** 1,5 Pkt      **c)** 5,5 Pkt

---

Eine Forschergruppe untersucht seit zehn Jahren auf einem eingegrenzten Waldstück, wie schnell sich Bäume ohne menschlichen Einfluss ausbreiten.

Die Anzahl der Bäume  $a(t)$  ( $t$  wird in Jahren gemessen) gehorcht der folgenden Differentialgleichung (DGL):

$$a'(t) = 300 - 0.025a(t)$$

- a)** Warum ist diese Gleichung eine DGL des beschränkten Wachstums? Welche charakteristischen Parameter können Sie dieser DGL entnehmen?
- b)** Heute befinden sich auf dem Waldstück 3044 Bäume. Mit wie vielen Bäumen wurde vor zehn Jahren das Forschungsprojekt gestartet?
- c)** Es soll nun die neue DGL

$$y'(x) = 300(x + \sin(2x)) - 0.025y(x) = 300x + 300\sin(2x) - 0.025y(x)$$

betrachtet werden. Sie beschreibt kein beschränktes Wachstum mehr. Bestimmen Sie die allgemeine Lösungsfunktion dieser DGL. Sämtliche Stammfunktionen von nichtelementaren Funktionen müssen mit Hilfe von Integrationsmethoden bestimmt werden.

**8. Komplexe Funktion**

**a)** 2,0 Pkt      **b)** 3,0 Pkt      **c)** 1,0 Pkt

---

Gegeben ist die komplexe Funktion  $f(z) = -\frac{2}{z-i}$ .

- a) Bestimmen Sie die Fixpunkte von  $f$  ohne rechnerische Hilfe.
- b) Der komplexe Kreis mit Radius 1 und Mittelpunkt  $M(i)$  wird unter  $f$  abgebildet. Charakterisieren Sie die Bildfigur.
- c) Die Folge  $(z_n)$  mit  $z_1 = 2+i$ ,  $z_2 = 4+i$ ,  $z_3 = 6+i$  usw. wird unter  $f$  abgebildet. Beschreiben Sie die geometrische Lage der Bildpunkte  $w_n = f(z_n)$ .

**9. Statistischer Test**

**a)** 2,0 Pkt      **b)** 5,0 Pkt      **c)** 2,0 Pkt

---

Auf der schottischen Insel St. Kilda leben und brüten mehrere Zehntausend Paare des Basstölpels. Normalerweise jagen Basstölpel mit der Methode des Stosstauchens, bei welcher sie sich aus der Höhe ins Meer stürzen. Einem Forscherteam fällt aber auf, dass vor allem auf St. Kilda einige Vögel eine alternative Jagdmethode benutzen: sie schwimmen auf der Wasseroberfläche und suchen nach Beutefischen, indem sie den Kopf ins Meer halten. Das Team schätzt, dass 15% der Vogelpaare diese alternative Jagdmethode benutzen.

Professorin Diggins, die kein Mitglied des Forscherteams ist, hat schon früher von diesem Verhalten der Tölpel gehört und glaubt, es sei in der Tat häufiger anzutreffen als von dem Forscherteam vermutet. Sie beobachtet 150 Vogelpaare und untersucht ihr Jagdverhalten.

- a) Formulieren Sie die Hypothesen formal und in Worten.
- b) Bestimmen Sie die Testverteilung. Ermitteln Sie den Verwerfungsbereich und die Entscheidungsregel für ein Signifikanzniveau von 1%. Interpretieren Sie die Signifikanzgrenze. Welche Folgerung muss Professorin Diggins ziehen, wenn sie bei 32 der 150 beobachteten Vogelpaare das alternative Jagdverhalten entdeckt?
- c) Wie gross ist der Fehler 2. Art, wenn auf St. Kilda sogar 20% der Vogelpaare das alternative Jagdverhalten zeigen?