

**Schriftliche Maturitätsprüfung 2017**

Fach	Mathematik Grundlagenfach
Prüfende Lehrperson	Simon Wehrle <span style="float: right;">simon.wehrle@edulu.ch</span>
Klassen	6b / 6g
Prüfungsdatum	19. Mai 2017
Prüfungsdauer	3 Stunden
Erlaubte Hilfsmittel	„Formeln, Tabellen, Begriffe“, DMK, DPK, DCK (2009) Taschenrechner TI-30, Voyage 200 ohne Handbuch
Anweisungen zur Lösung der Prüfung	<p>Es wird Wert auf eine saubere Darstellung gelegt. Jede Aufgabe soll auf einem neuen Bogen begonnen werden und muss einen vollständigen und nachvollziehbaren Lösungsweg enthalten.</p> <p>Beschriften Sie jeden Bogen mit Ihrem Namen und der Ihnen zugeteilten Nummer!</p>
Anzahl erreichbarer Punkte	<p>Aufgabe 1: 13          Aufgabe 2: 14          Aufgabe 3: 8  <u>Aufgabe 4: 11</u>  <b>Total: 46</b></p> <p>Die Note 6 wird für 41 Punkte erteilt.</p>
Anzahl Seiten (inkl. Titelblatt)	4

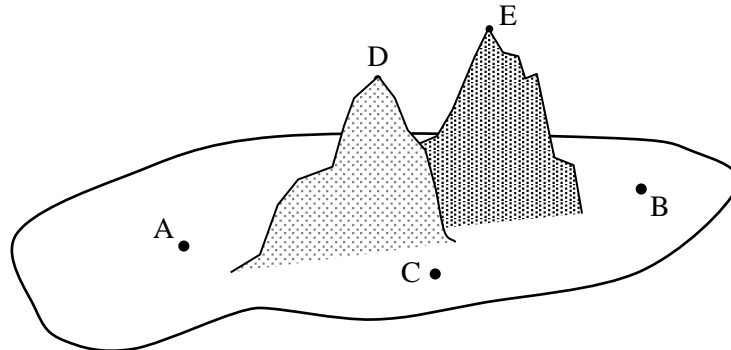
.....  
Name, Vorname

.....  
Klasse

.....  
Nummer

Aufgabe 1	a	b	c	d	e	f	g	Punkte
Vektorgeometrie	1	1	2	1	2	3	3	13

In der Grundebene befinden sich drei Dörfer  $A(9|2|0)$ ,  $B(1|8|0)$  und  $C(9|12|0)$ .  
Zwei Berggipfel haben die Koordinaten  $D(5|4|6)$  und  $E(3|6|8)$ .



- Berechnen Sie den Abstand zwischen den beiden Berggipfeln  $D$  und  $E$ .
- Zeigen Sie durch Rechnung, dass das Dorf  $A$  und die Bergspitzen  $D$  und  $E$  nicht auf einer Geraden liegen.
- Ein Sonnenstrahl trifft via Bergspitze  $E$  auf das Dorf  $A$ .  
Unter welchem Winkel trifft der Sonnenstrahl auf die Grundebene  $ABC$ ?
- In welchem Punkt  $P$  der Grundebene  $ABC$  erscheinen beide Bergspitzen  $D$  und  $E$  genau hintereinander?
- Ein Helikopter fliegt geradlinig von der Bergspitze  $D$  zur Bergspitze  $E$ .  
In welchem Punkt ist er am nächsten zum Dorf  $B$ ?
- Auf dem geradlinigen Weg zwischen den Dörfern  $B$  und  $C$  soll ein Aussichtsturm der Höhe 3 gebaut werden.  
Die Turmspitze  $T$  soll von beiden Berggipfeln gleich weit entfernt sein.  
Berechnen Sie die Koordinaten der Turmspitze  $T$  und des Turmfusses  $F$ .
- Von Dorf  $A$  zur Bergspitze  $D$  führt eine Seilbahn (Gerade). Ein Betrachter steht auf der Turmspitze  $T$ . In welchem Punkt befindet sich die Kabine der Seilbahn in dem Moment, wo der Betrachter die Kabine und das Dorf  $C$  unter einem rechten Winkel sieht?

<b>Aufgabe 2</b>	a	b	c	d	e	<b>Punkte</b>
<b>Analysis</b>	6	2.5	1	3	1.5	14

Die Funktionen  $f(x) = \frac{36-x^2}{x^2+9}$  und  $g(x) = 5 \cdot e^{-x^2/9} - 1$  sind gegeben.

- Bestimmen Sie Definitionsbereich, Symmetrie, Nullstellen, Extrema, Wendepunkte und Asymptoten von  $f$  und skizzieren Sie dann den Graphen der Funktion  $f$ .  
*Einheit: 2 Häuschen oder 1 cm.*
- Berechnen Sie die Fläche zwischen den Graphen von  $f$  und  $g$  oberhalb der  $x$ -Achse.
- Der Graph von  $g$ , die  $y$ -Achse und die horizontale Asymptote  $y = -1$  von  $g$  begrenzen eine für  $x \geq 0$  ins Unendliche reichende Fläche.  
Berechnen Sie den endlichen Inhalt dieser Fläche.
- Die horizontale Asymptote von  $f$  schneidet die  $y$ -Achse im Punkt  $P$ . Die Gerade  $\ell(x) = k$  mit  $-1 < k < 4$  schneidet den Graphen von  $f$  in den Punkten  $Q$  und  $R$ . Bestimmen Sie den Wert von  $k$  so, dass das Dreieck  $PQR$  grösstmöglichen Flächeninhalt hat.
- In einem Punkt  $P(u/v)$  des Graphen von  $f$  mit  $0 < u < 1$  ist der Funktionswert  $v$  gleich dem Wert der Steigung der Normalen im Punkt  $P(u/v)$ . Bestimmen Sie die Werte von  $u$  und  $v$ .

<b>Aufgabe 3</b>	a	b <sub>1</sub>	b <sub>2</sub>	<b>Punkte</b>
<b>Analysis</b>	3.5	3	1.5	8

Der Graph einer Polynomfunktion 3. Grades geht durch den Ursprung, berührt die positive  $x$ -Achse und schliesst mit der positiven  $x$ -Achse eine Fläche von  $A = 8$  ein. Schliesslich ist der Punkt  $H\left(\frac{4}{3} \mid ?\right)$  ein Hochpunkt des Graphen von  $f$ .

- Bestimmen Sie die Gleichung der Polynomfunktion  $f$ .

Lösen Sie die folgenden Aufgaben mit der Polynomfunktion  $f(x) = \frac{3}{8}x^3 - 3x^2 + 6x$ .

- Die Fläche, welche durch den Graphen von  $f$ , ihre Tangente  $t$  im Punkt  $P(1/y)$  und die  $x$ -Achse begrenzt wird, rotiert um die  $x$ -Achse.  
Bestimmen Sie das Volumen des so entstehenden Rotationskörpers.
- Der Graph der Polynomfunktion  $f$ , ihre Tangente  $t$  im Punkt  $P(1/y)$  und die vertikale Gerade  $x = b$  mit  $1 < b < 6$  schliessen eine Fläche  $A_1$  ein. Die Fläche  $A_2$  wird begrenzt durch die Polynomfunktion  $f$  und die  $x$ -Achse.  
Bestimmen Sie  $b$  so, dass die Fläche  $A_1$  doppelt so gross ist wie die Fläche  $A_2$ .

<b>Aufgabe 4</b> <b>Wahrscheinlichkeitsrechnung</b>	a	b	c	d <sub>1</sub>	d <sub>2</sub>	<b>Punkte</b>
	0.5	1	1	1	1	
	d <sub>3</sub>	d <sub>4</sub>	e	f	g	11
	1	1	2	1	1.5	

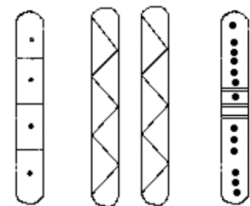
Die Ureinwohner der Vancouver Island (Kanada) halten ihr jährliches Treffen in Victoria ab. Es kommen Delegationen von 14 Stämmen. Die Stämme stellen ihre Tipis (Zelte) in einer Reihe auf. Jedem Stamm wird ein Platz zugewiesen.

- Wie viele verschiedene Anordnungen der Stämme sind möglich?
- Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass die Zelte der beiden Freundinnen Mel aus dem Stamm der Malahat und Sue vom Stamm der Sooke benachbarte Plätze zugewiesen erhalten.
- Dieses Jahr haben sechs Stämme ein blaues Tipi mitgenommen, die restlichen acht Stämme haben ein rotes Tipi dabei. Wie viele verschiedene Anordnungen der Zelte nach Farben gibt es?

An sieben Tagen finden Spiele statt, von jedem Stamm nimmt eine Person teil. Jeden Morgen wird ausgelost, wer an diesem Tag für seinen Stamm antreten darf. Die Delegation des Stammes der Malahat besteht aus acht Mitgliedern, eines davon ist Mel. Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass Mel

- ... an keinem der sieben Tage zum Einsatz kommt.
  - ... am dritten Tag zum ersten Mal den Stamm vertritt.
  - ... während sieben Tagen genau zwei Mal spielen darf.
  - ... während sieben Tagen mindestens drei Mal zum Einsatz kommt.
- Die Delegation der Sooke besteht aus elf Mitgliedern, darunter hat es vier Mitglieder aus Sues Familie. Für wie viele Nächte muss Sues entfernter Verwandter Andrew, der nicht Mitglied der Delegation ist, ein Hotel buchen, damit er mit einer Wahrscheinlichkeit von mind. 90% ein Familienmitglied von Sues Familie mindestens einmal spielen sieht?

Beim traditionellen Spiel am Abend werden vier Stäbe geworfen. Die Vorderseite ist geschnitzt, wie rechts dargestellt, die Rückseite ist glatt. Die Stäbe fallen zufällig auf eine Seite (geschnitzt oder glatt), die Anordnung der Stäbe spielt keine Rolle.



- Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, dass bei einem Wurf der vier Stäbe mindestens eine der beiden gezackten Seiten (wie in der Mitte dargestellt) sichtbar ist?

Bei jedem Wurf werden Punkte vergeben. Sind alle glatten Seiten sichtbar, gibt es keinen Punkt. Ist eine geschnitzte Seite sichtbar, erhält der Spieler einen Punkt. Bei jeder weiteren sichtbaren geschnitzten Seite verdoppelt sich die Punktzahl. Falls beispielsweise drei geschnitzte Seiten sichtbar sind, ergibt dies 4 Punkte.

- Wie viele Punkte werden im Schnitt mit einem Wurf erzielt?