Kurzlösungen — Resultate

Aufgabe 1 Kurzlösung [Vektorgeometrie]

a) $|\overrightarrow{AB}| = |\overrightarrow{BC}| = 3 \;\Rightarrow\; \overline{AB} = \overline{BC}$; $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC} = 0 \;\Rightarrow\; \overrightarrow{AB} \perp \overrightarrow{BC}$

b) $M(5 \mid 4 \mid -2)$; $\propto \overset{TR}{\approx} 83.66°$; $\overline{AM} : \overline{MC} = 1:2$

c) $E\colon\; x + 2y + 2z = 9$; $\beta \overset{TR}{\approx} 69.56°$

d) $S(5 \mid 8 \mid 3)$; $V = \frac{1}{3} \cdot G \cdot \overline{BS} = 9$

Aufgabe 2 Kurzlösung [Analysis]

a) Falls die Diskriminante des Polynoms 2. Grades im Zähler negativ ist:

$k^2 - 16 < 0 \;\Rightarrow\; k \in (-4{,}4)$;

b) $\lim\limits_{x\to\pm\infty} f_k(x) = \lim\limits_{x\to\pm\infty} \dfrac{2x^2 + k \cdot x + 2}{x^2+1} = 2$

Da $\mathbb{D}_{f_k} = \mathbb{R}$ gilt, besitzen alle Funktionsgraphen unabhängig von k nur eine waagerechte Asymptote mit der Gleichung $y = 2$.

c) $f_2(x) = \dfrac{2x^2+2x+2}{x^2+1}$

$f_2'(x) = -\dfrac{2(x^2-1)}{(x^2+1)^2}\,,\quad f_2''(x) \overset{TR}{=} \dfrac{4x(x^2-3)}{(x^2+1)^3}\,,\quad f_2'''(x) \overset{TR}{=} -\dfrac{12(x^4-6x^2+1)}{(x^2+1)^4}$

$f_2'(x) = 0 \quad\Leftrightarrow\quad x_1 = -1\,,\quad x_2 = 1$

$f_2''(-1) = 1 > 0 \quad\Rightarrow\quad$ Tiefpunkt $T(-1 \mid 1)$

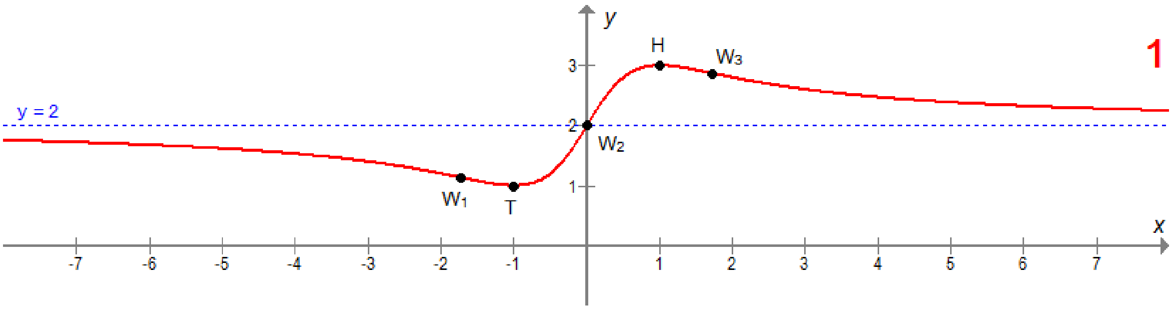
$f_2''(1) = -1 < 0 \quad\Rightarrow\quad$ Hochpunkt $H(1 \mid 3)$

$f_2''(x) = 0 \quad\Leftrightarrow\quad x_1 = -\sqrt{3} \approx -1.73\,,\quad x_2 = 0\,,\quad x_3 = \sqrt{3} \approx 1.73$

$f_2'''(-\sqrt{3}) \overset{TR}{=} \dfrac{3}{8} \neq 0 \quad\Rightarrow\quad$ Wendepunkt $W_1(-1.73 \mid 1.13)$

$f_2'''(0) \overset{TR}{=} -12 \neq 0 \quad\Rightarrow\quad$ Wendepunkt $W_2(0 \mid 2)$

$f_2'''(\sqrt{3}) \overset{TR}{=} \dfrac{3}{8} \neq 0 \quad\Rightarrow\quad$ Wendepunkt $W_3(1.73 \mid 2.87)$



d) Gleichung der Tangente t im Punkt A : $y = f_2'(u) \cdot (x-u) + f(u)$

$B\left(\frac{1}{2} \mid 3\right) \in t \Rightarrow 3 = f_2'(u) \cdot \left(\frac{1}{2} - u\right) + f(u) \overset{TR}{\Leftrightarrow} u_1 = 0\,, \quad u_2 = 1\,, \quad u_3 = 3$

u_3 ist die Lösung mit $f_2'(u_3) < 0 \Rightarrow A(3 \mid 2.6)$

e) $P \in G_{f_2} \Rightarrow P(v \mid f_2(v)) \Rightarrow d(v) = (d(O,P))^2 = v^2 + f_2^2(v)$

$d'(v) = 0 \overset{TR}{\Leftrightarrow} v \approx -0.64$

$f_2(-0.64) \approx 1.09 \quad \Rightarrow \quad P(-0.64 \mid 1.09)$

Aufgabe 3 Kurzlösung [Analysis]

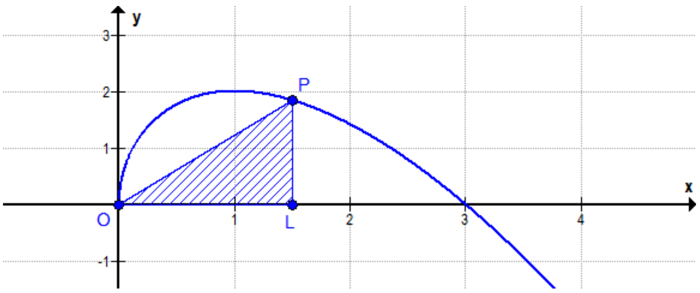
a) Definitionsbereich: $D_f = \{x \geq 0\}$

Nullstellen: $f(x) = (3-x) \cdot \sqrt{x} = 0 \Leftrightarrow \underline{x_1 = 0\,,\ x_2 = 3}$

Extremalstellen: $f'(x) = (-1) \cdot \sqrt{x} + (3-x) \cdot \frac{1}{2\sqrt{x}} = \frac{-3x+3}{2\sqrt{x}} = 0 \Leftrightarrow \ x = 1$

Graphen von f : siehe b)

b)



c) Ansatz: $P(u|f(u))$: $\Rightarrow$ $\underline{A(u) =} \frac{1}{2} \cdot u \cdot f(u) = \frac{1}{2} u(3-u) \cdot \sqrt{u} = \underline{\frac{3}{2} u^{3/2} - \frac{1}{2} u^{5/2},\ 0 < u < 3}$

$A'(u) = 0 \Leftrightarrow u_1 = 0\ (\ngtr 0),\ \underline{u_2 = \frac{9}{5} = 1.8\ (0 < u < 3)}$

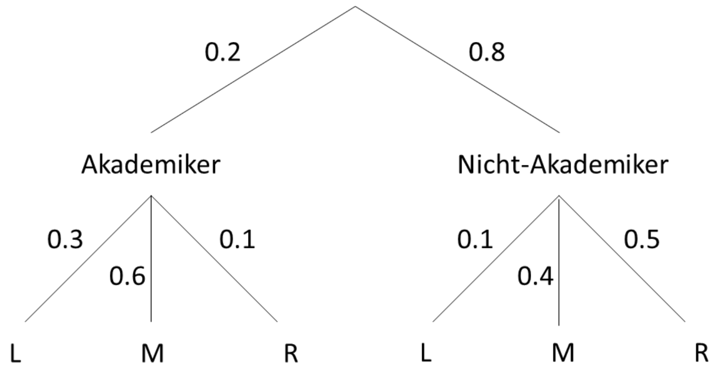
$\Rightarrow \underline{P\left(\frac{9}{5} = 1.8 \middle| \frac{18}{25}\sqrt{5} \approx 1.61\right)}$ und $\underline{A_{max} = \frac{81}{125}\sqrt{5} \approx 1.45}$

d) $\frac{A_{max}}{F} = \frac{A_{max}}{\int_0^3 f(x)dx} \approx 0.3486 \approx \underline{34.86\%}$

e) $V = V_1 - V_2 = \pi \int_0^3 f(x)^2 dx - \frac{1}{3}\pi r^2 h = \frac{65}{12}\pi - \frac{4}{3}\pi \approx 17.02$

Aufgabe 4 Kurzlösung [Stochastik]

a) Ereignisbaum:



b) Zwei günstige Pfade im Ereignisbaum: $p(\text{R}) = 0.2 \cdot 0.1 + 0.8 \cdot 0.5 = 0.42 = 42\%$

c) Ein günstiger Pfad im Ereignisbaum: $p(\text{L \& A}) = 0.2 \cdot 0.3 = 0.06 = 6\%$

d) Trefferwahrscheinlichkeit (Wählen von Mitteparteien): $p(\text{M}) = 0.2 \cdot 0.6 + 0.8 \cdot 0.4 = 0.44$

Nicht-Trefferwahrscheinlichkeit (Wählen von links oder rechts): $q = 1 - p(\text{M}) = 0.56$

$p(\text{nach n-mal mindestens eine Person aus Mitteparteien}) = 1 - (0.56)^n > 0.99 \;\Rightarrow\; \underline{n = 8}$

e) 7 wählen links, 21 wählen rechts und 22 wählen Mitteparteien.

f) $p(\text{2 wählen die gleiche Parteirichtung}) = \frac{\text{günstig}}{\text{möglich}} = \frac{\binom{7}{2}+\binom{21}{2}+\binom{22}{2}}{\binom{50}{2}} \overset{TR}{=} = 0.377$

g)

Gewinn (x_i)	$+100$	-100
Wahrscheinlichkeit (p_i)	$p_1(x \geq 2\text{ M}) \approx 0.729$	$p_2(x < 2\text{ M}) \approx 0.271$
Produkt ($x_i \cdot p_i$)	$+72.90$	-27.1

$\mu = E(X) = \sum_{i=1}^{2} p_i \cdot x_i = +72.90 - 27.10 = 45.80 \text{ CHF}$

Kurzlösungen — Resultate

Aufgabe 1

$$\underline{\underline{f(x) = -3x^5 + 10x^3 - 7x}}$$

Aufgabe 2

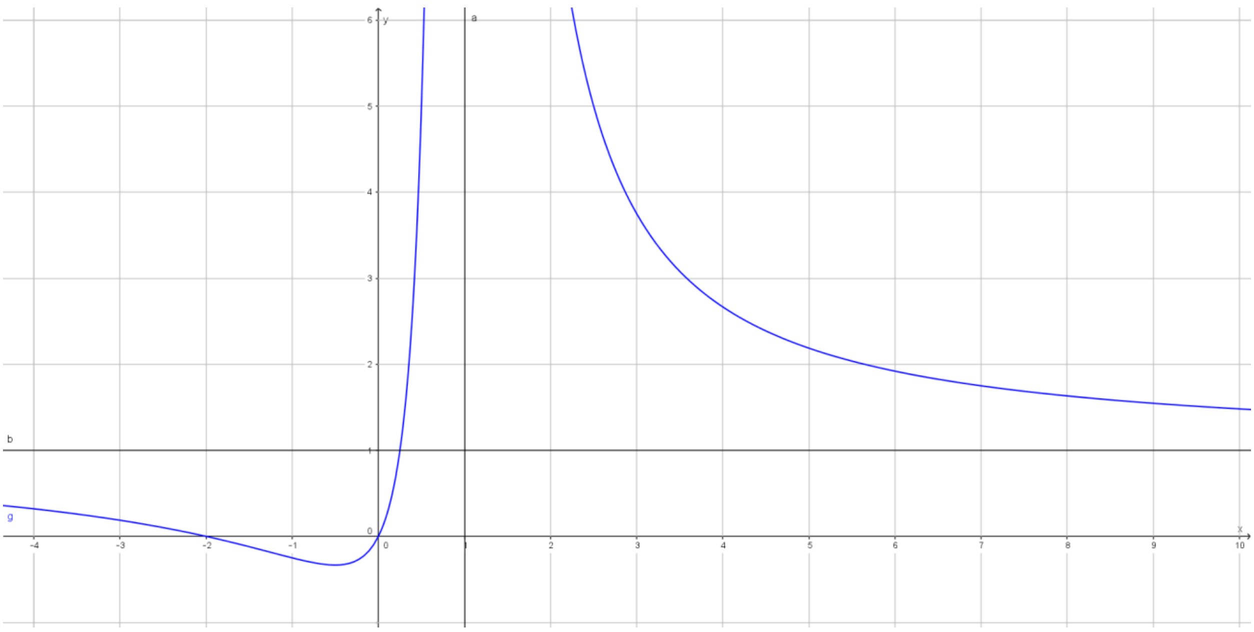
a) $N: \underline{x_1 = 0; x_2 = -2}$; $\underline{T(-0.5 / -\frac{a}{3})}$; $\underline{H(-0.5 / -\frac{a}{3})}$; $\underline{W(-1.25 / -0.185a)}$

$A: \underline{x = 1} \rightarrow \text{Polstelle; senkrechte Asymptote}$

$\underline{y = a} \rightarrow \text{horizontale Asymptote}$

b) $a = 1 \rightarrow T(-0.5 / -\frac{1}{3});\ W(-1.25 / -0.185)$

$\text{Asymptoten: } x = 1;\ y = 1$



c) $a = 3$

d) $\beta = 9.46°$

e) $a > 0 \Rightarrow A = \int_0^{-2} f_a(x)dx = 1 \Rightarrow \underline{a \approx 2.54}$

$a < 0 \Rightarrow A = \int_{-2}^{0} f_a(x)dx = 1 \Rightarrow \underline{a \approx -2.54}$

Aufgabe 3

a) $\underline{n(x) = 2x - 8}$

b) $V = \pi\int_0^4 \left(f(x)\right)^2 dx = \frac{32\pi}{3} \approx 10.\overline{6}\pi \approx 33.51$

c) $V_{max} = \frac{4\pi}{3}$

Aufgabe 4

a) 1) $\overrightarrow{AB} = -2\cdot\overrightarrow{CD}$, das heisst die Strecken $\overline{AB}$ und $\overline{CD}$ sind parallel.
2) $\overline{AD} = \overline{BC}$, das heisst das Trapez ist gleichschenklig.

b) $g_{AC} \cap h_{BD} = \{M(0/4/0)\}$

c) $\underline{\underline{\phi \approx 36.87^\circ}}$

d) $\underline{\underline{d}} = \overline{AD}\cdot\sin(45^\circ) = 3\cdot\sin(45^\circ) \approx \underline{\underline{2.12}}$

e) $\underline{\underline{A_{Tr}}} = \frac{\overline{AB}+\overline{CD}}{2}\cdot d \approx \underline{\underline{13.5}}$

f) $\underline{\underline{S(10\,|\,9\,|\,-10)}}$; $\underline{\underline{V}} = \underline{\underline{67.5}}$

Aufgabe 5

a) $\underline{\underline{P(A)}} = \frac{5}{6}\cdot\frac{2}{3}\cdot\frac{3}{4} = \frac{5}{12} = \underline{\underline{0.41\overline{6}}}$; $\underline{\underline{P(B)}} = 1 - P(A) = \frac{7}{12} = \underline{\underline{0.58\overline{3}}}$

b) b1) $\underline{\underline{P(3x4)}} = \frac{1}{6}\cdot\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{4} = \frac{1}{72} = \underline{\underline{0.013\overline{8}}}$

b2) $\underline{\underline{P(max.2\,Herzen)}} = \sum_{i=0}^{2}\binom{30}{i}\left(\frac{1}{72}\right)^i\left(\frac{71}{72}\right)^{30-i} \approx \underline{\underline{0.9918}}$

b3) $n \geq 164.63$

c) c1) $\underline{\underline{P(2x4)}} = \underline{\underline{\frac{5}{36}}}$

c2) E(X) = 2 Fr.; Das Spiel ist fair, da der zu erwartende Gewinn dem Einsatz entspricht.

d) $\underline{\underline{p = \frac{7}{12}}}$
Zentriwinkel des Sektors mit der Zahl 4: 210°
Zentriwinkel der Sektoren mit den Zahlen 1, 2 und 3: 50°

Aufgabe 1 Kurzlösung [Vektorgeometrie]

a) Schnittpunkt $S(-5|-2|-3)$ **, Schnittwinkel** $\alpha = 46.98°$

b) 1.524

c) c_1) R'(-1/-2/-13)c2) c_2) $\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ -2 \\ -13 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} -4 \\ 0 \\ 10 \end{pmatrix}$

d) 1.64

e) k = 4

Aufgabe 2 Kurzlösung [Analysis]

a) $p(x) = -x^4 + 2x^3$

b) Wendetangente t(x) = 2x – 1 Fläche A = 0.05

c) k = 3, a = 2, b = 2

d) Wendepunkte: W_1(0/c), W_2(1/1 – c) $c = \frac{1}{2}$ für kleinsten Abstand

Aufgabe 3 Kurzlösung [Analysis]

a) Hochpunkt $H\left(\frac{1}{2}, 0.55\right)$ grösster Durchmesser = 1.1dm

b) W(1.02/0.35)

c) V = 0.78dm^3

d) u = 2.03

e) K = 1.13

f) P(0.2/0.43)

Aufgabe 4 Kurzlösung [Stochastik]

a) a1) $4^6 = 4096$ a2) $1 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 1 \cdot 3 \cdot 3 = 3^4 = 81$

a3) $4 \cdot 3^5 = 972$ a4) $\binom{6}{5} \cdot 1^5 \cdot 3^1 + 1 = 19$

b) P[Paul trifft die „5"] = $\frac{3}{4} \cdot \left(\frac{18^2 \pi - 6^2 \pi}{30^2 \pi} \right) = 0.24$

c) c1) P[mindestens 5 Punkte] = 1 – P[höchstens 4 Punkte] = 0.894

c2) 0.021

d) mindestens 152 mal

e)

Ereignis	daneben	„3"	„5"	„10"
Wahrscheinlichkeit	$\frac{1}{4}$	$\frac{12}{25}$	$\frac{6}{25}$	$\frac{3}{100}$
Einsatz	4 Fr	4 Fr	4 Fr	4 Fr
Gewinn	0 Fr	3 Fr	5 Fr	10 Fr
Profit	-4 Fr	-1 Fr	1 Fr	6 Fr

erwarteter Verlust = 1.06 Fr

Kurzlösungen — Resultate

Aufgabe 1 Kurzlösung [Vektorgeometrie]

a) $\left|\overrightarrow{BA}\right| = \left|\overrightarrow{BC}\right|$ und $\overrightarrow{BA}\cdot\overrightarrow{BC} = 0$, D(–3/–8/3)

b) $2x - 2y - z - 7 = 0$

c) $V = 108$

d) $P\left(-\frac{7}{3} / -\frac{8}{3} / \frac{25}{6}\right)$

e₁) $Z(5/-4/11)$, $\varphi \approx 43.5°$

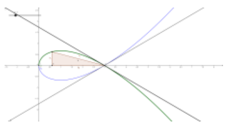
e₂) $\vec{r} = \begin{pmatrix} 5 \\ -4 \\ 11 \end{pmatrix} + t\cdot\begin{pmatrix} -1 \\ 7 \\ 11 \end{pmatrix}$

Aufgabe 2 Kurzlösung [Analysis]

a) Nullstellen $x = 0$, $x = 3a^2$
Hochpunkt bei $x = a^2$, $y = \frac{2}{3}a^2$
Neigungswinkel Tangente in $x = 3a^2$: –30°
Neigungswinkel Tangente in $x = 0$: 90°

b) $y = \frac{2}{3}x$

c) $\left(\frac{3}{5}a^2 / \frac{4\sqrt{15}}{25}a^2\right)$, $\left(\frac{3}{5}a^2 / 0\right)$ und $(3a^2 / 0$

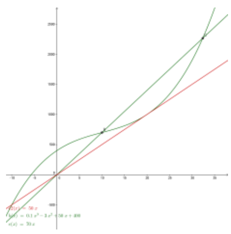


d) Volumen = $\dfrac{9\pi a^6}{4}$

e) Länge = $2\sqrt{3}\,a^2$

Aufgabe 3 Kurzlösung [Analysis]

a) $k(x) = 0.1x^3 - 3x^2 + 50x + 400$
b) $e(x) = 70x$
g(x) = e(x) – k(x) =
$= -0.1x^3 + 3x^2 + 20x - 400$
c)]10; 32.4[
d) Produktionsmenge. 22.9 ME , maximaler Gewinn 430 GE
e) $x = 20$ ME



Aufgabe 4 Kurzlösung [Stochastik]

a) P(A) = 2.2%, P(B) = 13.3% , P(C) = 22.2%
b) Die Werbeaussage stimmt nicht, denn C schliesst A und B ein und daher ist die gesamte Wahrscheinlichkeit 22.2%.
c) Die Auszahlungen müssen im Fall A CHF 42 und im Fall B CHF 14 sein.
d) Carmen muss also mindestens 21 Spiele kaufen.
e) P(genau 3 Gewinne B bei 10 Spielen)= 10.45%
P(mindestens 2 Gewinne B bei 10 Spielen)= 39.31%
f) P(4 Spiele)=P(nicht B, nicht B, nicht B, B)= 8.68%
P(höchstens 21 Spiele)= 95.05%
Erwartungswert E(Anzahl Spiele)= 7.5