

Aufgabe 1 – Analysis

Punkte
3

Eine bezüglich $(0 | 0)$ punktsymmetrische Polynomfunktion 5. Grades hat im Punkt $P(0 | 0)$ die Tangente $t(x) = -7x$. Ausserdem ist der Punkt $W(1 | 0)$ ein Wendepunkt der Funktion. Bestimmen Sie die Funktionsgleichung.

Aufgabe 2 – Analysis

a	b	c	d	e	Punkte
5	1	1	2	2	11

Gegeben ist die Funktionsschar $f_a(x) = a \cdot \frac{x^2 + 2x}{(x-1)^2}$ für $a \neq 0$.

- Führen Sie für die Funktionsschar $f_a(x)$ eine Kurvendiskussion durch, indem Sie die Nullstellen, Extrem-, Wendepunkte und alle Asymptoten bestimmen.
- Skizzieren Sie mit Hilfe der Ergebnisse der Teilaufgabe a) den Graphen für $a = 1$.
- Bestimmen Sie a so, dass das Minimum von $f_a(x)$ den Funktionswert -1 hat.
- Welchen Schnittwinkel schliesst $f_a(x)$ für $a = 3$ mit der y -Achse ein?
- $f_a(x)$ schliesst mit der x -Achse ein Flächenstück ein. Bestimmen Sie a so, dass dieses die Fläche 1 hat.

Aufgabe 3 – Analysis

a	b	c	Punkte
2	1	3	6

Gegeben ist die Funktion $f(x) = 4 - 2\sqrt{x}$.

- Bestimmen Sie die Gleichung der Kurvennormalen im Schnittpunkt des Graphen von f mit der x -Achse.
- Die beiden Koordinatenachsen und der Graph von f umschliessen ein Flächenstück, das um die x -Achse rotiert. Berechnen Sie das Volumen des entstehenden Rotationskörpers.
- Dem in b) betrachteten Rotationskörper wird ein gerader Kreiskegel mit Spitze im Ursprung und der x -Achse als Symmetrieachse derart einbeschrieben, dass sein Volumen maximal wird. Berechnen Sie dieses maximale Volumen.

	a	b	c	d	e	f	Punkte
Aufgabe 4 – Vektorgeometrie	2	2	1.5	2.5	1	3	12

In einem kartesischen Koordinatensystem sind in der Ebene $E: 2x + y - 2z - 4 = 0$ die vier Punkte $A(-2 | 8 | 0)$, $B(0 | 0 | -2)$, $C(1 | 2 | 0)$ und $D(0 | 6 | 1)$ gegeben.

- Zeigen Sie, dass das Viereck ABCD ein gleichschenkliges Trapez ist.
- Zeigen Sie, dass $M(0 | 4 | 0)$ der Diagonalschnittpunkt des Trapezes ist.
- Berechnen Sie den spitzen Schnittwinkel zwischen den beiden Diagonalen des Trapezes.
- Berechnen Sie den Abstand d des Punktes D von der Geraden AB.
- Berechnen Sie den Flächeninhalt des Trapezes.

Das Trapez ABCD bildet zusammen mit einem weiteren Punkt S eine Pyramide ABCDS. Der Punkt S liegt auf der Lotgeraden zur Ebene E durch den Punkt M und hat von der Ebene E den Abstand 15 Längeneinheiten.

- Bestimmen Sie die Koordinaten von S und das Volumen der Pyramide ABCDS (es ist ausreichend, wenn für S lediglich die Lösung mit positiver x-Koordinate berechnet wird).

- d) Die Wahrscheinlichkeit, dass bei einer Runde „Gewinn mit 4“ zweimal die Zahl 4 auftritt, soll auf $\frac{1}{4}$ erhöht werden. Dazu wird beim Glücksrad der Sektor der Zahl 4 vergrössert und die anderen Sektoren so angepasst, dass sie untereinander wieder gleich gross sind. Die Würfel bleiben unverändert.
- Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit p , mit der die Zahl 4 nun beim Glücksrad auftritt und geben Sie die Grösse des Zentriwinkels des zugehörigen Sektors an.