	a	b	c	d	e	
Aufgabe 1: Vektorgeometrie	2.5	2	1.5	1.5	3.5	**11 Punkte**

Gegeben sind die Punkte $S(18/-3/42)$, $T(10/-1/26)$ und $Q(-4/9/14)$. Die Ebene E ist durch die drei Punkte $A(0/-10/1)$, $B(16/0/-1)$ und $C(20/10/0)$ gegeben.

a) Bestimmen Sie eine Koordinatengleichung der Ebene E.

b) Berechnen Sie den Abstand des Punktes S von der Ebene E.

c) Berechnen Sie den Flächeninhalt des Dreiecks $\triangle ABC$.

d) Die Punkte S und T legen eine Gerade g fest. In welchem Winkel schneidet die Gerade g die Ebene E?

e) Die Strecke $\overline{SQ}$ rotiert um die Gerade g. Berechnen Sie das Volumen des so entstehenden Rotationszylinders.

	a	b	c	d	
Aufgabe 2: Spieltheorie	1.5	2	2	1.5	**7 Punkte**

Felix und Oscar leben in einer WG. Sie haben unterschiedliche Vorstellungen über Sauberkeit und demzufolge auch über die Anzahl an Stunden, die sie bereit sind, für das Putzen der Wohnung aufzubringen.

Angenommen, dass 12 Arbeitsstunden pro Woche nötig sind, um die Wohnung blitzsauber zu machen, 9 Arbeitsstunden, um sie annehmbar sauber zu bekommen und alles unter 9 Arbeitsstunden bedeutet, dass die Wohnung dreckig bleibt.

Angenommen, sowohl Felix wie Oscar können je 3, 6 oder 9 Stunden ihrer Zeit dem Putzen der Wohnung widmen (jeder hat also drei Strategien).

Felix und Oscar sind sich einig, dass eine annehmbar saubere Wohnung einen Nutzenindex von 2 hat.

Sie sind sich aber nicht über den Wert einer richtig sauberen Wohnung einig: für Felix hat sie in diesem Fall einen Nutzenindex von 10, während für Oscar hier der Nutzenindex nur 5 Einheiten beträgt.

Sie sind sich auch nicht einig über die Widerwärtigkeit einer dreckigen Wohnung: während für Felix in diesem Fall die Wohnung einen Nutzenindex von -10 hat, beträgt hier der Nutzenindex für Oscar -5.

Der Payoff jeder Person ist die Differenz zwischen dem Nutzenindex der Wohnung und den Stunden, die er zum Putzen aufbringt.

Beispiel: Eine blitzsaubere Wohnung, für die jeder 6 Stunden gearbeitet hat, bringt Felix eine Auszahlung von 4, während für Oscar die Auszahlung in diesem Fall -1 beträgt.

a) Stellen Sie die Entscheidungsmatrix auf, die dieses Nicht-Nullsummen-Spiel abbildet.

b) Zeigen Sie, dass die Strategie “wiederholte Elimination dominierter Zeilen / Spalten” beim vorliegenden Spiel zu einem eindeutig definierten Endzustand führt. Welcher ist das?

c) Beim vorliegenden Spiel ist nicht eindeutig klar, zu welchem Endzustand die Maximin-Strategie führt. Welcher Maximin-Endzustand ist aber aus spieltheoretischer Sicht am plausibelsten?

d) Wie viele Nash-Gleichgewichte hat das vorliegende Spiel? Begründen Sie Ihre Antwort.

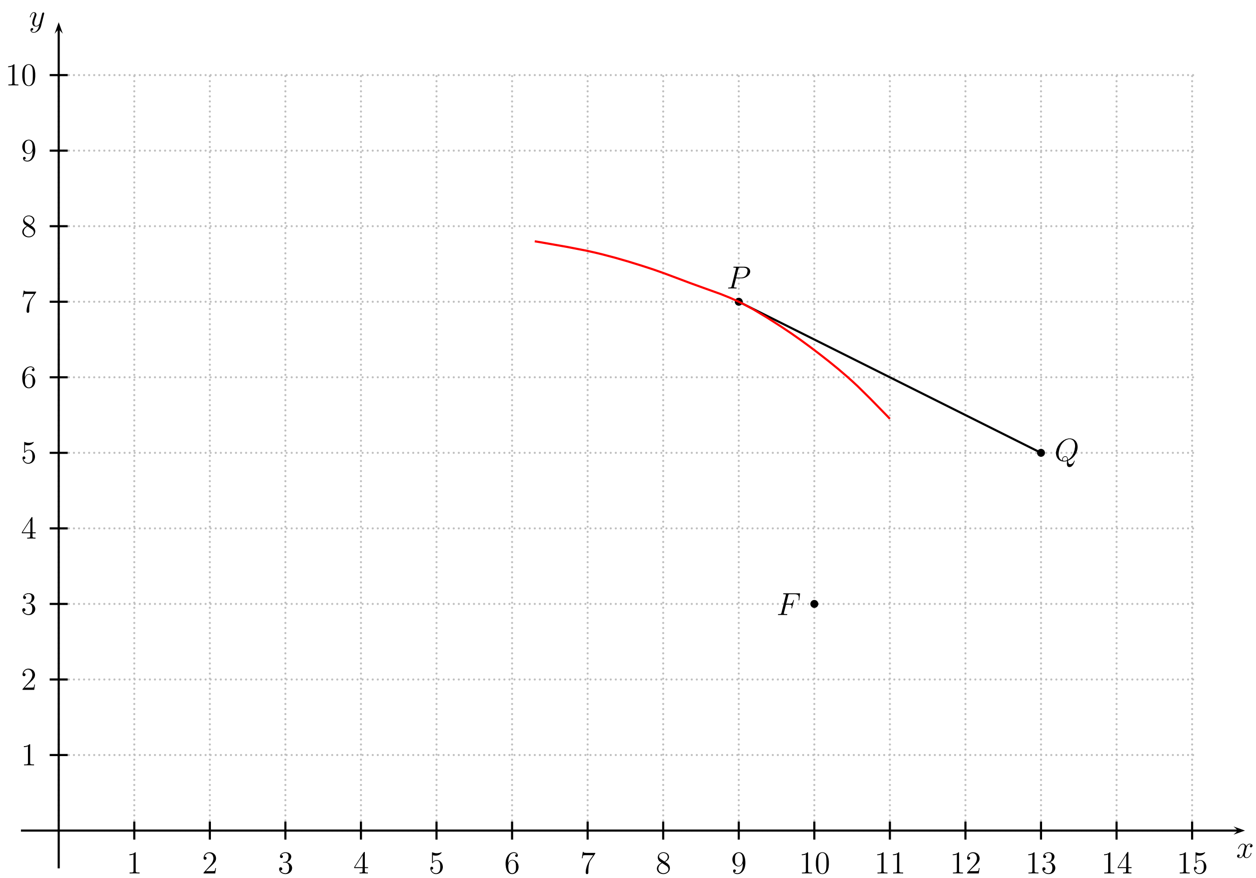
	a	b	
Aufgabe 3: Kegelschnitte	5	4	**9 Punkte**

a) Gegeben ist ein Kegelschnitt durch die folgende Gleichung:

$$125x + 50y^2 - 80y - 343 = 0$$

Bestimmen Sie die Art sowie alle charakteristischen Grössen des Kegelschnitts. Skizzieren Sie den Kegelschnitt in einem geeigneten Koordinatensystem.

b) Der Haltearm PQ ist tangential an ein Ellipsenstück (rot angedeutet) angebracht, das Teil einer Apparatur zur Zerstörung eines Nierensteins ist (Nierenstein-Zertrümmerer). Die Ellipse hat die grosse Halbachse $a = 6$.
Im Brennpunkt F werden Schockwellen ausgesendet. Wo befindet sich der Nierenstein, wenn er durch die ausgesendeten Schockwellen zerstört wird? Ermitteln Sie seine Koordinaten mit Hilfe einer Konstruktion auf diesem Blatt.



Aufgabe 4: Komplexe Gleichung — 5 Punkte

Bestimmen Sie die sechs Lösungen der komplexen Gleichung

$$z^6 - 3z^3 - 40 = 0$$

mit Hilfe einer geeigneten Substitution, ohne auf dem Taschenrechner einen Gleichungslöser zu verwenden.
Stellen Sie die Lösungen in der Gauss'schen Zahlenebene dar.

	a	b	c	d	
Aufgabe 5: Differentialgleichung	1	3	1	3	**8 Punkte**

In einer Fabrik steht ein Tank, der mit 800 l Säure mit einer Konzentration von 8% (Volumenprozent) gefüllt ist. Hochprozentige Säure mit einer Konzentration von 65% fliesst mit einer Geschwindigkeit von 14 l pro Minute in den Tank. Die Flüssigkeit im Tank wird laufend gerührt und ist gleichmässig durchmischt. Pro Minute fliessen 14 l der Tankmischung ab.

a) Es sei $M(t)$ die Menge an reiner Säure im Tank zur Zeit t in Litern. Zeigen Sie mit Hilfe einer Differenzengleichung, dass $M(t)$ die Differentialgleichung

$$M'(t) = 9.1 - 0.0175 \cdot M(t)$$

erfüllt.

b) Bestimmen Sie die allgemeine Lösungsfunktion $M(t)$ dieser Differentialgleichung mit einer Separation der Variablen.

c) Nach wie vielen Minuten ist die Konzentration der Säure im Tank auf 50% gestiegen?

Die so hergestellte Säure wird in Flaschen gefüllt. Es verbleiben noch 30 l im Tank mit einer Konzentration von 50%. Der Tank soll nun ausgespült werden. Es fliessen pro Minute 3 l reines Wasser in den Tank, 3 l der gut durchgemischten Flüssigkeit im Tank fliessen gleichzeitig pro Minute ab.

d) Wann ist die Konzentration der Säure im Tank auf 5% gesunken?

	a	b	c	
Aufgabe 6: Statistischer Test	2	4	2	**8 Punkte**

Als ein Forscherteam die Anzahl Buntbarsche in einem mittelenglischen See auf 9500 Exemplare bestimmt, fällt ihm bei einigen Tieren eine besonders auffällige Musterung auf, die es noch nie gesehen hat und "Tigermusterung" nennt. Das Team schätzt, dass 10% der Barsche in diesem See diese Musterung tragen.

Professor Hopkins, der kein Mitglied des Forscherteams ist, hat schon früher von dieser Musterung gehört und glaubt, sie sei in der Tat häufiger anzutreffen als von dem Forscherteam vermutet. Er fängt 100 verschiedene Barsche und untersucht ihre Musterung.

a) Formulieren Sie die Hypothesen formal und in Worten.

b) Bestimmen Sie die Testverteilung. Ermitteln Sie den Verwerfungsbereich und die Entscheidungsregel für ein Signifikanzniveau von 1%. Interpretieren Sie die Signifikanzgrenze. Welche Folgerung muss Professor Hopkins ziehen, wenn er bei 16 der 100 untersuchten Barschen das Tigermuster entdeckt?

c) Wie gross ist der Fehler 2. Art, wenn im See sogar 15% der Barsche das Tigermuster tragen? Interpretieren Sie den Fehler 2. Art.