

**Kantonsschule Alpenquai Luzern**

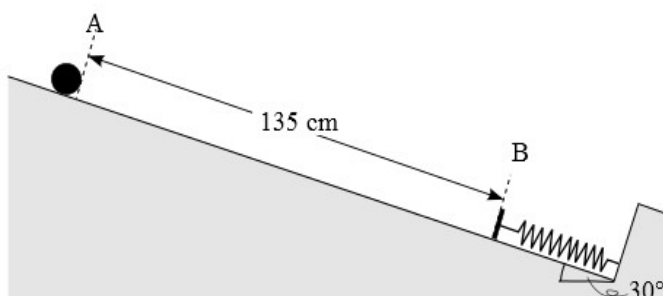
Fach	<b>Schwerpunktfach Physik und Anwendungen der Mathematik</b>	
Prüfende Lehrpersonen	<i>Lisa Henrich Michael Portmann – Orłowski      michael.portmann@edulu.ch</i>	
Klassen	<i>6Ra, 6Rb</i>	
Prüfungsdatum	<i>28.05.15</i>	
Prüfungsdauer	<i>3 Stunden</i>	
Erlaubte Hilfsmittel	Formelsammlung DMK Taschenrechner Rechner TI-30 / Voyage 200	
Anweisungen zur Lösung der Prüfung	<p><b>Liebe Maturandinnen und Maturanden,</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• <b>Lösungen sind sauber darzustellen und ausführlich zu dokumentieren.</b></li> <li>• <b>Bitte löst die Aufgaben 1 - 5 (Physik) und 6 - 8 (Mathematik) auf separate Bögen.</b></li> <li>• <b>Für 50 Pkt wird die Note 6 erteilt.</b></li> </ul> <p><b>Wir wünschen viel Glück und viel Erfolg.</b></p> <p style="text-align: right;"><b>Lisa Henrich, Michael Portmann</b></p>	
Anzahl erreichbarer Punkte	<p><b>Physik</b> <i>Aufgabe 1: 6 Pkt Aufgabe 2: 6 Pk Aufgabe 3: 6 Pkt Aufgabe 4: 6 Pkt Aufgabe 5: 6 Pkt</i></p>	<p><b>Mathematik</b> <i>Aufgabe 6: 8 Pkt Aufgabe 7: 12 Pkt Aufgabe 8: 10 Pkt</i></p> <p><b><u>Total: 60 Pkt</u></b></p>
Anzahl Seiten (inkl. Titelblatt)	5	

Kantonsschule Alpenquai Luzern

**Aufgabe 1 Mechanik**

a) 3 Pkt      b) 3 Pkt

Wir legen einen Vollzylinder (Durchmesser: 18 cm, Höhe: 18 cm, Masse: 2,73 kg) auf eine schräge Bahn und lassen ihn hinunterrollen. Nach einem Höhenunterschied von 0,675 m trifft der Zylinder dann auf eine Feder, welche verhindert, dass der Zylinder gegen die Wand prallt.



a) Wie schnell bewegt sich der Zylinder in dem Moment, in welchem er die Feder berührt? *Berechnung!*

b) Samira schaut zu wie der Zylinder hinunterrollt. Nachdenklich sagt sie:

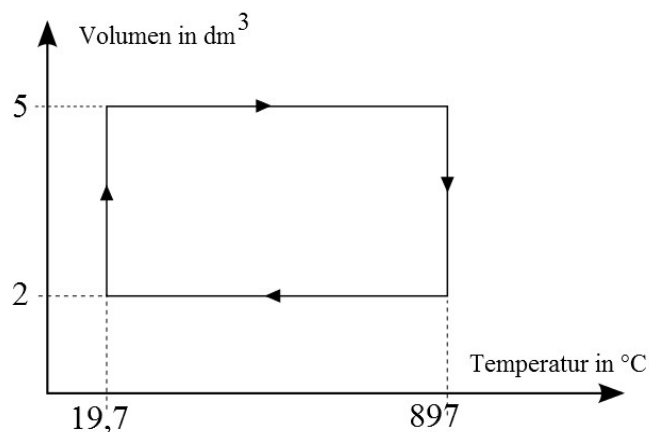
- Eine Kugel mit gleichem Radius und gleicher Masse würde die Feder stärker zusammendrücken.
- Ab einer gewissen Steilheit wird der Zylinder nie zu rollen beginnen.

Entscheiden Sie eindeutig, ob diese Behauptungen richtig oder falsch sind. *Begründung!*

**Aufgabe 2 Wärmelehre**

a) 3 Pkt      b) 2 Pkt      c) 1 Pkt

An einer Erfindermesse in der Allmend (475 m über Meer) in Luzern erleben wir an einem Messestand eine Wärmekraftmaschine, welche auf der Ausdehnung von in der Wärmekraftmaschine eingeschlossenem Argon (Wärmekapazität bei konstantem Volumen: 317,3 J/(kg·K), Wärmekapazität bei konstantem Druck: 523 J/(kg·K)) beruht. Der Erfinder schwärmt vom hohen Wirkungsgrad der Maschine und zeigt uns begeistert das nebenstehende Diagramm für Temperatur und Volumen.



a) Wir unterscheiden zwei Wirkungsgrade bei Wärmekraftmaschinen.

- Welche? Warum? *Erklärung!*
- Geben Sie für einen der beiden Wirkungsgrade einen Zahlenwert an. *Berechnung!*

b) Für die Temperaturänderung beim höheren Volumen wird dem Argongas insgesamt eine Wärmemenge von 1,84 kJ zugeführt. Wie viele Mol Argonteilchen befinden sich in der Wärmekraftmaschine? *Berechnung!*

c) Claudia behauptet, dass dies der Kreisprozess eines Stirling – Motors sei. Ist dies möglich? Entscheiden Sie eindeutig, ob diese Aussage richtig oder falsch ist. *Begründung!*

Kantonsschule Alpenquai Luzern

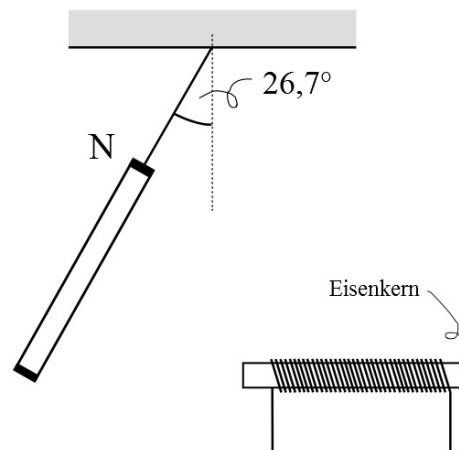
**Aufgabe 3 Elektrizität**

a)  
3 Pkt

b)  
3 Pkt

Wir befestigen einen zylinderförmigen Stabmagneten (Durchmesser: 5 mm, Länge: 7 cm, Masse: 145 g) so an der Decke, dass er nur gerade auf einer Ebene hin und her schwingen könnte. Neben dem Magneten steht eine Spule mit Eisenkern. Sobald wir Strom durch die Spule fliessen lassen, wird der Stabmagnet um  $26,7^\circ$  gegenüber der Senkrechten ausgelenkt.

- Im Bild fehlen viele magnetische und elektrische Pole. Zeichnen Sie die fürs Auslenken notwendigen Pole ins Bild rechts ein **und** begründen Sie Ihre Wahl.
- Können wir auch ohne Wissen über die Spule abschätzen, wie gross die in diesem Beispiel wirkende magnetische Kraft ist? *Stellen Sie einen Lösungsweg nach allen Regeln der Kunst vor, OHNE Zahlenwerte zu rechnen!*



**Aufgabe 4 Teilchenbeschleuniger**

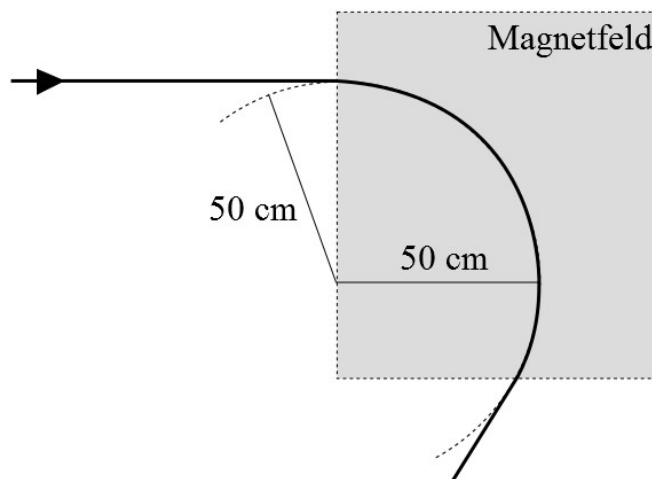
a)  
1,5 Pkt

b)  
2,5 Pkt

c)  
2 Pkt

In einem Teilchenbeschleuniger werden Elektronen (mittlere Geschwindigkeit:  $8,9 \cdot 10^4$  m/s) mit einem Magnetfeld so abgelenkt, dass sie schliesslich auf Ihr Ziel treffen.

- In welche Richtung zeigt das Magnetfeld? Warum? *Physikalische Erklärung!*
- Wie stark ist das Magnetfeld im grau eingefärbten Bereich? *Berechnung!*
- Was passiert, wenn wir die Elektronen **vor** dem Magnetfeld auf Geschwindigkeiten nahe der Lichtgeschwindigkeit beschleunigen? *Was beobachten wir warum?*

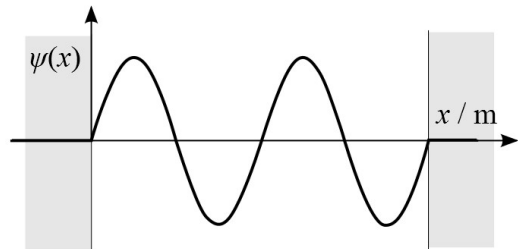


Kantonsschule Alpenquai Luzern

**Aufgabe 5 Quantenphysik**

a) 3,5 Pkt      b) 2,5 Pkt

Etwa um 1900 haben Heisenberg und Schrödinger ein Modell entwickelt, mit welchem es gelingt Emissions- und Absorptionslinien mathematisch zu beschreiben und dementsprechend Messwerte nachzurechnen.



a) Das Bild rechts hilft dabei zu verstehen, wie Emissionslinien entstehen.

- Was ist im Bild rechts dargestellt? *Modellidee erklären!*
- Wie können wir mit Hilfe solcher Bilder Emissionslinien erklären? *Zu Ihrer Erklärung gehört auch die Definition des Begriffs Emissionslinie!*

b) Die Energie des oben dargestellten Elektrons beträgt 12 Elektronenvolt. Welchen Radius hat das zu obigem Bild zugehörige Atom? *Berechnung! Verwendete Gleichungen herleiten!*

**Aufgabe 6 Komplexe Funktionen**

a) 1 Pkt      b) 2 Pkt      c) 3 Pkt      d) 2 Pkt

Gegeben ist die komplexe Funktion  $g: z \rightarrow 2 \frac{1-i \cdot z}{z-i}$ .

- Geben Sie den Definitionsbereich für diese Funktion an.
- Bestimmen Sie die Fixpunkte der Funktion  $g$ .
- Für welche Punkte  $z$  ist das Bild  $g(z)$  reell?
- Bestimmen Sie das Bild  $IM'$  der Menge  $IM = \{z \mid z = a + i(a+1), a \in \mathbb{R}\}$  und skizzieren Sie  $IM'$  in der komplexen Zahlenebene.

**Aufgabe 7 Affinitäten**

a) 2 Pkt      b) 3 Pkt      c) 3 Pkt      d) 4 Pkt

Eine affine Abbildung  $\alpha$  hat die Fixpunktgerade  $f$  mit  $f(x) = \frac{1}{2}x - 3$ . Der Punkt  $P(3|0)$  wird auf den Punkt  $P'(7|-4)$  abgebildet.

a) Bestimmen Sie die Abbildungsgleichung von  $\alpha$  in der Form  $\vec{r}' = M \cdot \vec{r} + \vec{c}$ .

Kantonsschule Alpenquai Luzern

Falls Sie die Abbildungsgleichung unter 7a) nicht bestimmen konnten, arbeiten Sie mit der Ersatzabbildung

$$\alpha_{\text{Ersatz}}: \vec{r}' = \frac{1}{3} \begin{pmatrix} -1 & 8 \\ 4 & -5 \end{pmatrix} \vec{r} + \begin{pmatrix} 8 \\ -8 \end{pmatrix} \quad \text{weiter.}$$

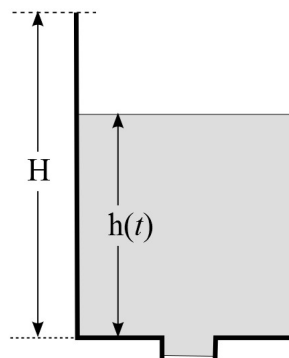
- b) Geben Sie 3 mögliche Abbildungstypen für diese Affinität an? Begründen Sie ihre Antwort, ohne dass Sie den tatsächlichen Abbildungstyp bestimmen.
- c) Charakterisieren Sie nun den Abbildungstyp ausführlich. Berechnen Sie dazu die Eigenwerte, die Eigenvektoren und die Fixelemente, d.h. Fixgeraden und Fixpunktgeraden in der Form  $y = m \cdot x + b$ .
- d) Gegeben sei die affine Abbildung  $\beta$  mit  $\vec{r}' = \frac{1}{9} \begin{pmatrix} -26 & 88 \\ -10 & 38 \end{pmatrix} \vec{r} + \begin{pmatrix} \frac{8}{3} \\ -\frac{8}{3} \end{pmatrix}$ .

Bestimmen Sie die Abbildungsverknüpfung  $\alpha \circ \beta$  in der Form  $\vec{r}' = M \cdot \vec{r} + \vec{c}$ . Zeigen Sie, dass die Verknüpfung eine Streckscherung ist indem Sie die Scherungsachse und den Scherungswinkel bestimmen.

**Aufgabe 8 Differentialgleichungen**

a) 1,5 Pkt      b) 2,5 Pkt      c) 2 Pkt      d) 1 Pkt      e) 3 Pkt

Ein zylindrischer Tank (Radius: 1 m) ist bis auf eine Höhe von 2 m mit Wasser gefüllt. Zum Zeitpunkt 0 Sekunden wird ein rundes Abflussrohr am rechten Gefässrand mit einem Radius von 10 cm geöffnet, aus dem nun das Wasser abfließt.



- a) Stellen Sie für ein reibungsfreies Abfließen eine geeignete Differentialgleichung auf. Benutzen Sie für die Wasserhöhenfunktion den Funktionsnamen  $h(t)$ .
- b) Lösen Sie die unter a) hergeleitete Differentialgleichung für  $h(t)$ . Die Fallbeschleunigung betrage  $9,81 \text{ m/s}^2$ .
- c) Zeichnen und charakterisieren Sie die Funktion  $h(t)$ .
- d) Nach welcher Zeit (in Sekunden) ist der Behälter leer? *Berechnung!*
- e) Wir betrachten nun einen anderen Tank mit dem Umriss einer Parabel (Paraboloid). Mit einem Randradius von 1 m, einer Gefässhöhe von 2 m und dem Radius des Abflussrohres von 10 cm.
- Berechnen Sie für diesen Körper  $h(t)$ .
  - Wie lange dauert es bis dieser Tank leer ist? *Berechnung!*

