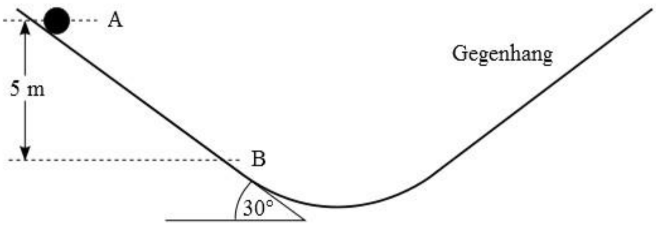
Fach	**Schwerpunktfach** **Physik und Anwendungen der Mathematik**	
Prüfende Lehrpersonen	*Christian Ferndriger,* *christian.ferndriger@edulu.ch* *Franz Meier,* *franz.meier10@edulu.ch* *Michael Portmann,* *michael.portmann@edulu.ch* *Philipp Spindler,* *philipp.spindler@edulu.ch*	
Klassen	*6Ra, 6Wc*	
Prüfungsdatum	*Dienstag 27.Mai 2014*	
Prüfungsdauer	*180 Minuten*	
Erlaubte Hilfsmittel	„Formeln, Tabellen, Begriffe" (DMK, DPK, DCK) Taschenrechner TI-92 / Voyage 200	
Anweisungen zur Lösung der Prüfung	**Liebe Maturandinnen und Maturanden,** • **Die Lösungen sind sauber darzustellen und ausführlich zu dokumentieren.** • **Bitte lösen Sie die Aufgaben 1 - 5 (Physik) und 6 - 9 (Mathematik) auf separate Bögen.** • **Für 50 Punkte wird die Note 6 erteilt.** **Wir wünschen viel Glück und viel Erfolg!** **Christian Ferndriger,** **Franz Meier,** **Michael Portmann,** **Philipp Spindler.**	
Anzahl erreichbarer Punkte	**Physik** *Aufgabe 1: 6 Pkte* *Aufgabe 2: 6 Pkte* *Aufgabe 3: 6 Pkte* *Aufgabe 4: 6 Pkte* *Aufgabe 5: 6 Pkte*	**Mathematik** *Aufgabe 6: 7 Pkte* *Aufgabe 7: 7 Pkte* *Aufgabe 8: 9 Pkte* *Aufgabe 9: 7 Pkte* **Total:** *60 Pkt*
Anzahl Seiten (inkl. Titelblatt)	6	

Aufgabe 1 Mechanik *6 Punkte*

Eine Kugel (Masse: 2,2 kg, Radius: 20 cm) beginnt aus dem Stillstand vom Punkt A aus eine schiefe Ebene hinunter zu rollen. Am Ende der schiefen Ebene ändert sie die Richtung und rollt den Gegenhang hinauf.



a) Berechnen Sie die Geschwindigkeit der Kugel, wenn sie sich beim Punkt B befindet.

b) In der Literatur werden bei rollenden Gegenständen immer zwei Arten von Geschwindigkeiten verwendet, um das Rollen zu beschreiben.

- Erklären sie, welche dies sind und wie sie sich voneinander unterscheiden.
- Ändern diese Geschwindigkeiten, wenn der Radius der Kugel ändert? *Entscheiden Sie eindeutig! Mit Begründung!*

Aufgabe 2 Wärmelehre *6 Punkte*

Am anderen Ende im Chemielabor (Entfernung: 6,5 m, Raumtemperatur: 21,5°C) arbeiten andere Studenten mit unterschiedlichen Chemikalien. Plötzlich riecht es nach faulen Eiern, was bedeutet, dass da jemand etwas unvorsichtig mit Schwefelwasserstoff (H_2S) umgeht.

a) Da wir zufälligerweise beobachtet haben wie ein wenig Flüssigkeit neben das Reagenzglas getropft ist, schätzen wir die Zeit bis der Geruch bei uns ist auf 4 Sekunden.

- Berechnen Sie die Ausbreitungsgeschwindigkeit des Geruchs, sowie die mittlere quadratische Geschwindigkeit des Schwefelwasserstoffs.
- Warum unterscheiden sich diese beiden Geschwindigkeiten so deutlich? *Physikalische Erklärung!*

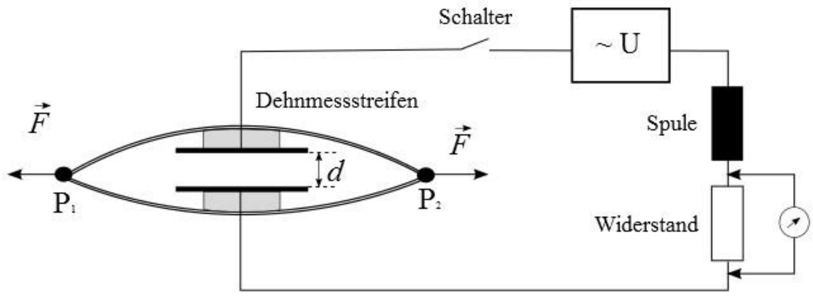
b) Claudio arbeitet mit uns mit und macht nach unserer Beobachtung folgende Aussagen:

- Wenn das Fenster geöffnet wäre und die Raumtemperatur nur noch 10°C betragen würde, dann dauerte es länger, bis wir den Geruch nach faulen Eiern riechen würden.
- Wenn der Luftdruck ändert, so nimmt auch bei gleichbleibender Temperatur die mittlere Geschwindigkeit der Moleküle zu.

Entscheiden Sie eindeutig, ob diese Aussagen richtig oder falsch sind. *Begründung?*

Aufgabe 3 Elektrizität *6 Punkte*

Francesca zeigt uns das Ergebnis ihrer Diplomarbeit als Werkstoffingenieurin. Sie hat einen Dehnmessstreifen entwickelt, welcher links im Schema dargestellt ist.



a) Wie würde sich die Spannung an den schwarz eingezeichneten, mit Luft gefüllten Kondensatorplatten (Kantenlänge der quadratischen Flächen 4 cm, Abstand: 0,2 mm, aktuell Ladung oben positiv, unten negativ) im Dehnmessstreifen ändern, wenn wir ihn an den beiden Punkten P_1 und P_2 halten und wie eingezeichnet strecken? *Schritt für Schritt erklären!*

Damit wir die Veränderungen noch besser ausmessen können, schliessen wir den Schalter und hängen einen Funktionsgenerator, eine Spule (2 H) und einen Widerstand (10 Ω) an.

b) Francesca spricht immer wieder von Stromresonanz *...!*

- *Zeichnen* Sie ein typisches, beschriftetes Diagramm für die Stromresonanz auf.
- *Erklären* Sie anhand ihres Diagramms, was mit Stromresonanz gemeint ist!

c) *Berechnen* Sie die Resonanzfrequenz für die obige Schaltung.

Aufgabe 4 Relativitätstheorie *6 Punkte*

Im Linearbeschleuniger in Stanford werden auf 3 Kilometern Länge Elektronen auf Geschwindigkeiten nahe Lichtgeschwindigkeit beschleunigt. Die kinetische Energie der Elektronen ist schliesslich 10 mal grösser als die Ruheenergie des Elektrons.

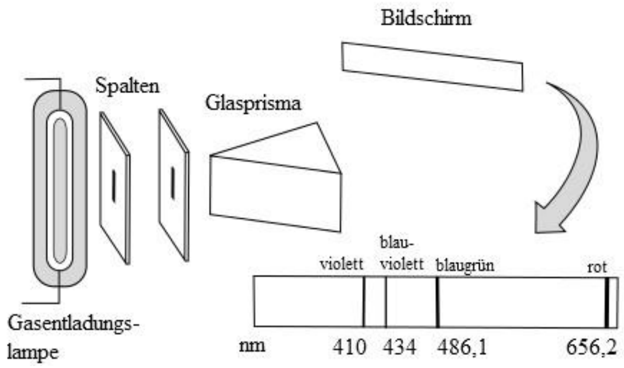
a) Mit welcher Geschwindigkeit bewegt sich ein Elektron nach dem Beschleunigen? *Berechnung!*

b) Wie gross ist die zugehörige Beschleunigung des Elektrons? *Berechnung!*

c) Die Gesamtenergie des Elektrons sei unter gewissen Bedingungen kleiner als mc^2. Entscheiden Sie eindeutig, ob dies richtig oder falsch ist. *Mit Begründung!*

Aufgabe 5 Atommodell *6 Punkte*

Vor uns steht ein Versuch, mit welchem wir die Emissionslinien eines sich in einer Gasentladungslampe befindlichen Gases bestimmen sollen. Als Ergebnis unserer Messungen erhalten wir schliesslich die rechts unten abgebildeten Emissionslinien.



a) Im unteren Bild sind die Spektrallinien von Wasserstoff zu sehen.

- Warum sind auf dem Bildschirm nur vier farbige Linien zu sehen und dazwischen nichts? *Bei der Lampe beginnen und Schritt für Schritt bis zum Bildschirm erklären!*
- Zu Ihren Beschreibungen gehört auch eine passende, beschriftete Skizze des Elektrons im „Kasten“.

b) Die Energie eines Elektrons im Zustand mit Quantenzahl 3 in der Elektronenhülle beträgt 4,8 eV und kann mit der folgenden Gleichung beschrieben werden:

$$E_n = \frac{h^2}{8ml^2} n^2$$

- Leiten Sie diese Gleichung her!
- Wie breit ist dieses Wasserstoffatom? *Berechnung!*

Aufgabe 6 Differentialgleichungen *7 Punkte (3/4)*

a) Bestimmen Sie die allgemeine Lösung der Differentialgleichung
$f'(x)\cdot\sqrt{f(x)}=x^3,\ x\in\mathbb{R},\ f(\mathrm{x})>0$

Beachten Sie: Es muss nachvollziehbar sein, was gerechnet worden ist, d.h. der Taschenrechner kann nur für Zwischenrechnungen verwendet werden.

b) Über Jahre hinweg wurde radioaktives Material eingeschlossen in Fässern im Meer versenkt, typischerweise in Regionen, wo die Meerestiefe rund 100m beträgt. Von Interesse war dabei unter anderem die Aufprallgeschwindigkeit der Fässer auf dem Meeresboden. Eine Aufprallgeschwindigkeit von 12 m/s und mehr galt für die verwendeten Fässer als höchst kritisch. Die Messung der Aufprallgeschwindigkeit ist technisch nicht einfach. Hingegen lässt sich das Absinken der Fässer mittels eines einfachen physikalischen Modells simulieren.
Berücksichtigt man neben der Gravitationskraft und dem Auftrieb auch den Wasserwiderstand, handelt es sich hier um ein beschränktes Wachstum, denn die Änderung der Geschwindigkeit ist proportional zur Differenz der Endgeschwindigkeit und der aktuellen Geschwindigkeit.
Es gilt also:

$$v'(t)=\lambda\cdot\left(S-v(t)\right),$$

wobei S die Grenze des Wachstums und λ eine Proportionalitätskonstante ist.
Als Lösung ergibt sich bekanntlich $v(t)=S-C\cdot e^{-\lambda t}$.

b1) Für die Geschwindigkeit der Fässer gelte die Differentialgleichung $v'(t)=0.001\cdot(437-23v(t))$. Bestimmen Sie die Lösung dieser Differentialgleichung.
(Falls Sie kein Ergebnis erhalten, dann rechnen Sie mit $v(t)=18-C\cdot e^{-0.026t}$ weiter)

b2) Berechnen Sie die Konstante C aus der folgenden Anfangsbedingung: Die Fässer werden über eine Rampe aus einem Schiff in das Wasser gelassen und haben beim Eintauchen in das Wasser zum Zeitpunkt $t=0$ die Geschwindigkeit $2m/s$.

b3) Ist das Versenken der Fässer vom Standpunkt des Berstens der Fässer kritisch oder nicht? Begründen Sie Ihre Meinung mit einer Berechnung.

Aufgabe 7 Kegelschnitte *7 Punkte (3/4)*

a) Die Hyperbel $18x^2-4y^2=36$ wird im Punkte $P\left(2|?\right)$ im ersten Quadranten von einer Ellipse mit denselben Brennpunkten geschnitten. Ermitteln Sie die Ellipsengleichung.

b) Die Gerade $t:\ x-2y+10=0$ ist Tangente einer nach rechts geöffneten Parabel mit dem Scheitelpunkt in $\left(0|0\right)$. Die Geraden $g_1: 3x+4y=0$ und $g_2: 3x-4y=0$ sind Asymptoten einer Hyperbel, von der ein Brennpunkt auch Brennpunkt der Parabel ist. Ermitteln Sie die Gleichungen der beiden Kegelschnitte.

Aufgabe 8 Affine Abbildungen *9 Punkte (2/2/3/2)*

Betrachten Sie die affine Abbildung

$$\alpha : \vec{r}\,' = \begin{pmatrix} 6 & -2 \\ 4 & a \end{pmatrix} \cdot \vec{r} + \begin{pmatrix} 2 \\ 8 \end{pmatrix}.$$

a) Bestimmen Sie eine reelle Zahl für a aus der folgenden Angabe: Die Abbildung α ist ungleichsinnig (nicht orientierungserhaltend) und jede Fläche wird auf eine 10-mal so grosse Fläche abgebildet.
(Falls Sie kein Ergebnis erhalten, dann rechnen Sie mit $a = -3$ weiter)

b) Ermitteln Sie die Gleichungen des Bildes des Geradenbüschels $y = p \cdot x,\ p \in \mathbb{R}^-$ unter der Abbildung α.

c) Berechnen Sie die Eigenwerte und die dazugehörigen Eigenvektoren der Abbildung α. (Falls Sie kein Ergebnis erhalten, dann nehmen Sie zwei beliebige Eigenwerte und –vektoren an, und rechnen Sie mit diesen weiter)

d) Geben Sie den Fixpunkt und die Fixgeraden der Abbildung α an.

Aufgabe 9 Komplexe Funktionen *7 Punkte (2/1/1/1/2)*

Gegeben ist die komplexe Funktion $f(z) = \dfrac{z}{z+i} + \dfrac{zi}{z^2+1}$.

a) Weisen Sie ohne rechnertechnische Hilfsmittel nach, dass der Funktionsterm von f zu $\dfrac{z^2}{z^2+1}$ vereinfacht werden kann.

b) Bestimmen Sie den Funktionsterm der zusammengesetzten Funktion $g = f \circ f$.

c) Berechnen Sie die Bilder von $z = 2i$ und $z = 2 - i$ unter f.

d) Bestimmen Sie die Urbilder von -3 unter f ohne rechnertechnische Hilfsmittel.

e) Welche Punkte bleiben bei der Abbildung f fix? Bestimmen Sie die Lösungen ohne rechnertechnische Hilfsmittel.