

Schriftliche Maturitätsprüfung 2014

Fach	Grundlagenfach Mathematik
Prüfende Lehrpersonen	Pierre-Dominique Hool pierre-dominique.hool@edulu.ch Franz Meier franz.meier10@edulu.ch Markus T. Schmid markust.schmid@edulu.ch Franz Steiger franz1.steiger@edulu.ch
Klassen	6Lb, 6Na, 6Rc, 6Wa
Prüfungsdatum	Freitag, 23. Mai 2014
Prüfungsdauer	180 Minuten
Erlaubte Hilfsmittel	- Formelsammlung „Formeln, Tabellen, Begriffe“ - Taschenrechner: TI-Voyage200 (ohne Handbuch), zusätzlich ein Rechner vom Typ TI-30
Anweisungen zur Lösung der Prüfung	- Es wird Wert auf eine saubere Darstellung gelegt. - Jede Aufgabe soll einen vollständigen und nachvollziehbaren Lösungsweg enthalten. - Jede Aufgabe soll auf einem neuen Bogen begonnen werden. - Jeder Bogen ist mit dem Namen zu beschriften.
Anzahl erreichbarer Punkte	Aufgabe 1: 9 Aufgabe 2: 12 Aufgabe 3: 11 <u>Aufgabe 4: 11</u> Total: 43 Für die Note 6 werden mindestens 38 Punkte benötigt.
Anzahl Seiten (inkl. Titelblatt)	5

	a	b	c	Punkte
Aufgabe 1	3	2	4	9

Gegeben ist die Funktion $f(x) = \frac{(x-2)^2}{x(x-4)}$.

- Bestimmen Sie den maximalen Definitionsbereich, die Nullstellen sowie sämtliche Asymptoten der Funktion f .
- Zeigen Sie rechnerisch, dass der Graph von f zur Geraden mit der Gleichung $x = 2$ symmetrisch ist.
- Das Rechteck $ABCD$ sei ein zur Symmetrieachse von f symmetrisches Rechteck. Die Punkte A und B liegen auf der x-Achse und die Punkte C und D auf dem Graphen von f oberhalb der x-Achse.
Für welche Koordinaten von A und B hat dieses Rechteck einen minimalen Flächeninhalt?
Wie gross ist dieser Flächeninhalt?

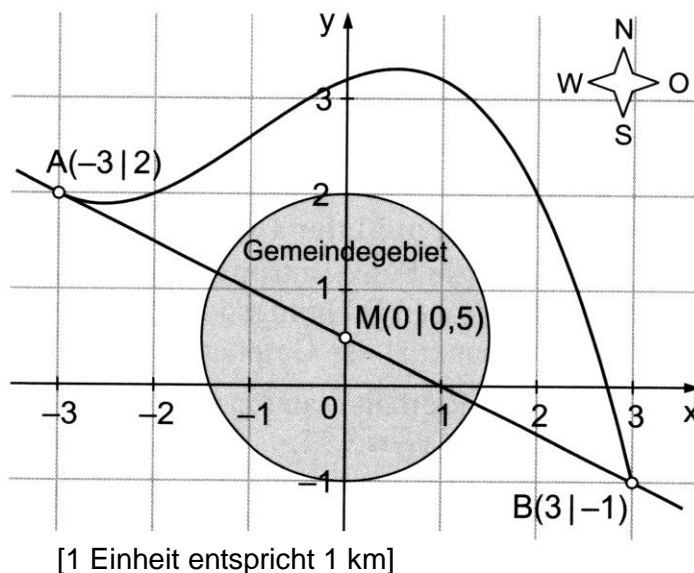
Aufgabe 2

a	b	c	d	Punkte
3.5	3	2.5	3	12

Die Abbildung zeigt den Verlauf einer Umfahrungsstrasse zur Entlastung der Ortsdurchfahrt AB einer Gemeinde. Das Gemeindegebiet ist kreisförmig mit dem Mittelpunkt M und dem Radius 1.5 km.

Die Umfahrungsstrasse verläuft durch die Punkte A und B und wird beschrieben durch die Funktion f mit

$$f(x) = -0.1x^3 - 0.3x^2 + 0.4x + 3.2.$$

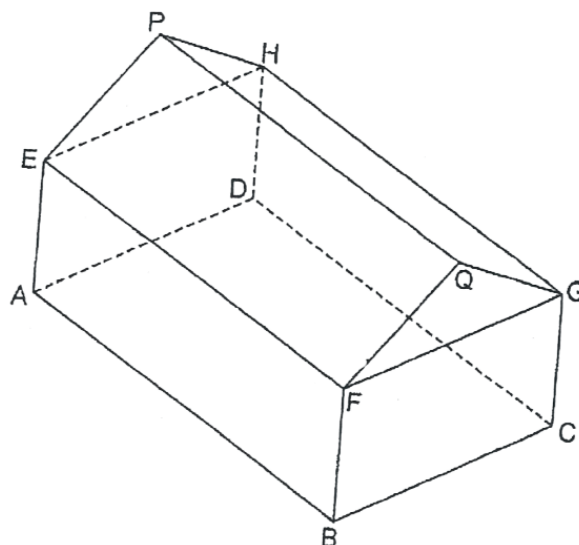


- Welche Koordinaten hat der nördlichste Punkt der Umfahrungsstrasse?
Wie weit ist dieser Punkt vom Ortsmittelpunkt M entfernt?
Die Umfahrungsstrasse beschreibt eine Linkskurve und eine Rechtskurve. Bestimmen Sie den Punkt, in dem diese beiden Kurven ineinander übergehen.
Zeigen Sie, dass die Umfahrungsstrasse im Punkt A ohne Knick in die Ortsdurchfahrt einmündet.
- Zur Bewertung von Grundstücken wird die Fläche zwischen der Ortsdurchfahrt AB und der Umfahrungsstrasse vermessen. Wie viele Prozente dieser Fläche liegen ausserhalb des Gemeindegebiets?
- Im Punkt $P(1.5 | 3)$ befindet sich eine Windkraftanlage. Ein Fahrzeug fährt von B aus auf der Umfahrungsstrasse. Von welchem Punkt der Umfahrungsstrasse aus sieht der Fahrer die Windkraftanlage genau in Fahrtrichtung vor sich?
- In welchem Punkt der Umfahrungsstrasse fährt ein Fahrzeug parallel zur Ortsdurchfahrt AB?
Welchen Abstand hat ein Fahrzeug auf der Umfahrungsstrasse höchstens von der Ortsdurchfahrt?

Aufgabe 3

a	b	c	d	e	f	Punkte
2	2	2	2	1.5	1.5	11

Einem auf der x-y-Ebene stehenden Quader $ABCDEFGH$ ist ein symmetrisches Satteldach (ohne Dachvorsprünge) aufgesetzt. Die Endpunkte des Firstes sind mit P und Q bezeichnet. [siehe Bild]



Bekannt sind die Quaderecken $A(0 \mid 0 \mid 0)$, $B(12 \mid 8 \mid 0)$, $C(8 \mid 14 \mid 0)$, $D(-4 \mid 6 \mid 0)$ sowie die Koordinatengleichung der Dachebene $E_1(GHPQ): . 4x - 6y - 13z + 117 = 0$.

- Zeigen Sie, dass die vier Punkte A, B, C und D ein Rechteck bilden.
- Berechnen Sie die Koordinaten der vier Punkte E, F, G und H.
- Berechnen Sie den Winkel φ zwischen der Dachebene $E_1(GHPQ)$ und der Ebene $E_2(EFGH)$.
- Bestimmen Sie eine Koordinatengleichung der zweiten Dachebene $E_3(EFQP)$.
- Bestimmen Sie das Volumen des Hauses.
- Bestimmen Sie den Abstand der Grundkante AB von der Ebene $E_1(GHPQ)$.

	4.1	4.2	4.3	Punkte
Aufgabe 4	3	4.5	3.5	11

Aufgabe 4.1

An der neuen Fernsehshow „Insel-Camp“ nehmen 7 Frauen und 7 Männer als Kandidatinnen und Kandidaten teil. Für die Fahrt zur Insel stehen drei Boote zur Verfügung, eines für 8, eines für 4 und eines für 2 Personen.

- Wie viele Möglichkeiten gibt es, die 14 Kandidatinnen und Kandidaten so aufzuteilen, dass jedes der drei Boote voll besetzt ist?
- Die Zuschauer haben aus den Kandidatinnen und Kandidaten Judith für das 8er-Boot, Max für das 4er-Boot und Livia für das 2er-Boot als Bootsführer/-in bestimmt.
Wie viele verschiedene Möglichkeiten gibt es, die drei Bootsmannschaften für die gemeinsame Fahrt zur Insel zu vervollständigen, wenn in jedem Boot gleich viele Männer und Frauen sitzen sollen?

Aufgabe 4.2

Die Firma *SolCal* stellt Solartaschenrechner her. Die Herstellungskosten eines Rechners betragen 15 Franken. Die Firma verkauft ihn für 25 Franken an einen Händler. Von allen produzierten Rechnern sind genau 2.5% defekt. Jeder defekte Rechner wird vom Händler entdeckt. Die Firma erstattet den Kaufpreis und nimmt jeden defekten Rechner zurück. Bei der Rücknahme entstehen der Firma zusätzlich Kosten für die Entsorgung in Höhe von 95 Rappen pro Rechner.

- Wie hoch ist der erwartete Gewinn der Firma pro Rechner?
- Mit welcher Wahrscheinlichkeit sind von 30 zufällig ausgewählten Solartaschenrechnern
 - ... mehr als 26 einwandfrei?
 - ... mindestens zwei defekt?
- Wie gross dürfte die Defektwahrscheinlichkeit eines Solartaschenrechners höchstens sein, damit von zehn zufällig ausgewählten Solartaschenrechnern mit mindestens 90% Wahrscheinlichkeit alle einwandfrei sind?

Aufgabe 4.3

Eine Urne enthält x grüne und $(x + 4)$ rote Kugeln. Ohne Zurücklegen werden nacheinander zufällig zwei Kugeln aus der Urne gezogen.

Wie viele grüne und wie viele rote Kugeln muss die Urne enthalten, damit die Wahrscheinlichkeit, zwei verschiedenfarbige Kugeln zu ziehen, maximal ist?