

Kantonsschule Alpenquai Luzern

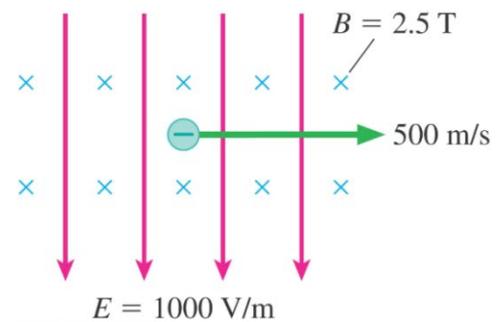
Fach	<i>Schwerpunktfach Physik und Anwendungen der Mathematik</i>	
Prüfende Lehrpersonen	<i>AM: Philipp Spindler philipp.spindler@edulu.ch</i> <i>P: Christian Ferndriger christian.ferndriger@edulu.ch</i>	
Klasse	6Ra	
Prüfungsdatum	27. Mai 2013	
Prüfungsdauer	3 Stunden = 180 Minuten	
Erlaubte Hilfsmittel	<ul style="list-style-type: none"> • <i>Formelsammlung DMK</i> • <i>Taschenrechner Rechner TI-92 / Voyage 200</i> 	
Anweisungen zur Lösung der Prüfung	<ul style="list-style-type: none"> • <i>Die Aufgaben Physik (Nr. 1 – 5) und die Aufgaben Anwendungen der Mathematik (Nr. 6 – 9) sind auf separaten Bögen zu lösen.</i> • <i>Die Aufgaben müssen immer mit einem vollständigen, nachvollziehbaren Lösungsweg gelöst sein.</i> 	
Anzahl erreichbarer Punkte	<i>Physik</i> <i>Aufgabe 1: 6</i> <i>Aufgabe 2: 6</i> <i>Aufgabe 3: 6</i> <i>Aufgabe 4: 6</i> <i>Aufgabe 5: 6</i>	<i>Mathematik</i> <i>Aufgabe 6: 10</i> <i>Aufgabe 7: 5</i> <i>Aufgabe 8: 9</i> <i>Aufgabe 9: 6</i> <hr/> <i>Total: 60</i>
	<i>Die Note 6 wird für 50 Punkte erteilt</i>	
Anzahl Seiten (inkl. Titelblatt)	5	

PHYSIK

1. Elektrodynamik

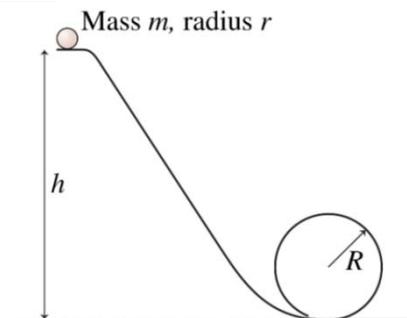
Ein Antiproton (hat gleiche Eigenschaften wie ein Proton, mit dem einzigen Unterschied, dass $q = -e$) bewegt sich durch die gekreuzten elektrischen und magnetischen Felder wie in der Abbildung dargestellt.

- Bestimmen Sie den Betrag und die Richtung der Beschleunigung des Antiprotons in diesem Moment. (3P)
- Angenommen, das Antiproton wird anschliessend mit elektrischen Feldern beschleunigt bis es eine Energie von 7 TeV erreicht. Dies entspricht einer Geschwindigkeit der Antiprotonen von $0.999\,999\,991\,c$. Wie gross müsste dann ein Magnetfeld sein, damit die Teilchen sich auf einer angenäherten Kreisbahn von 27 km Umfang bewegen? (3P)



2. Mechanik

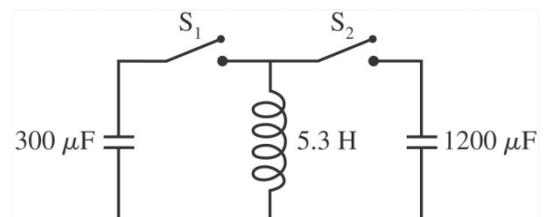
Die Kugel rollt die Bahn herunter und läuft danach über die Looping-Bahn. Sie hat die Masse m und den Radius r . Welche minimale Höhe h muss die Bahn haben, damit die Kugel die vollständige Looping-Bahn schafft ohne herunterzufallen (unter Berücksichtigung des Trägheitsmomentes der Kugel)? (6P)



3. Schwingkreis

Der $300\ \mu\text{F}$ Kondensator wird ursprünglich aufgeladen mit einer angelegten Spannung von 100 V. Der $1200\ \mu\text{F}$ Kondensator ist anfänglich ungeladen und die beiden Schalter sind beide offen.

- Welches ist die maximale Spannung, mit welcher man den $1200\ \mu\text{F}$ Kondensator laden kann mittels zweckmässigem Öffnen und Schliessen der beiden Schalter? (1.5P)
- Wie würde man dies machen? Beschreiben Sie genau den Ablauf, wie Sie die beiden Schalter schliessen und öffnen würden. (3P)
- Berechnen Sie die genauen Zeitpunkte für das Öffnen und Schliessen. Der erste Schalter sei bei $t = 0\ \text{s}$ zu. (1.5P)



4. Wärmekraftmaschine

Eine Wärmekraftmaschine benützt 2,0 g Heliumgas als Arbeitsmedium. Anfangs gelten die Standardbedingungen ($p_0 = 1 \text{ bar}$, $T = 273\text{K}$). Doch dann geht das Gas durch den folgenden Zyklus:

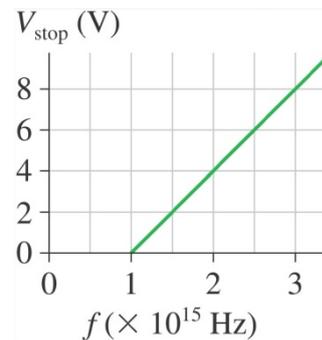
- Isotherme Kompression bis das Volumen halbiert ist.
- Isobare Expansion bis das Volumen wieder den anfänglichen Wert erreicht hat.
- Isochores Abkühlen bis der Druck wieder seinen ursprünglichen Wert erreicht hat.

Fertigen Sie ein p - V - Diagramm dieses Kreisprozesses an. Welche Arbeit verrichtet diese Maschine in einem Zyklus? (6P)

5. Moderne Physik

Der folgende Graph entstand aus einer Messung des Photoelektrischen Effekts.

- Welches ist die Austrittsarbeit (in eV) der Kathode? (3.5P)
- Welchen Wert der Planck'schen Konstanten kann man aus diesem Experiment gewinnen? (2P)
- Wie gross ist die Abweichung bezüglich dem Literaturwert in %? (0.5P)



ANWENDUNGEN der MATHEMATIK

6. Statistischer Test

Die Firma „Kakao Inc.“ möchte ihren neuen Schokoriegel „Tigerzz“ bewerben. Mit dieser Aufgabe betraut sie eine Werbeagentur. In einer ersten Phase wird der Slogan „Tigerzz weckt den Tiger in dir!“ einen Monat lang in Zeitungen und im Fernsehen platziert. Das Ziel ist, den Riegel bei mindestens 35% der Bevölkerung bekannt zu machen.

Nach dieser Werbeaktion werden 50 Leute gefragt, ob sie „Tigerzz“ kennen. Nur 13 antworten mit Ja.

- a1) Formulieren Sie die Hypothesen in Worten. **(1P)**
- a2) Bestimmen Sie die Testverteilung. Geben Sie den Verwerfungsbereich für ein Signifikanzniveau von 5% an und leiten Sie die Entscheidungsregel her. Darf die Firma „Kakao Inc.“ aufgrund der Stichprobe behaupten, die Werbeagentur hätte ihren Job zu wenig gut gemacht? **(3P)**

Nach diesem ersten ernüchternden Versuch, den Schokoriegel zu etablieren, soll eine zweite Werbeaktion den Durchbruch bringen. Die Firmenleitung beschliesst, der Werbeagentur eine ausserordentliche Prämie zu zahlen, wenn es ihr gelingt, den Bekanntheitsgrad des Riegels auf 55% zu erhöhen. Der neue Slogan lautet: „Mit Tigerzz kannst du es nicht nur länger, sondern auch besser.“

Ein halbes Jahr später wissen von 150 befragten Personen nur deren 66, was „Tigerzz“ ist.

- b1) Formulieren Sie die Hypothesen. **(1P)**
- b2) Bestimmen Sie die Testverteilung. Die Firmenleitung möchte das Risiko, dass sie der Werbeagentur fälschlicherweise eine Prämie auszahlt, gering halten und setzt das Signifikanzniveau auf 1%. Bestimmen Sie die Entscheidungsregel. Erhält die Agentur die Prämie? **(3P)**
- b3) Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit für einen Fehler 2. Art, wenn ein unabhängiges Marktforschungsinstitut feststellt, dass der Bekanntheitsgrad für „Tigerzz“ sogar nur bei 45% liegt, dieses Resultat aber geheim hält? Interpretieren Sie den Fehler 2. Art. **(2P)**

7. Komplexe Funktion

Gegeben ist die komplexe Funktion $f(z) = \frac{1}{10}(-3 + 15i)\bar{z} - \frac{1}{10}(5 + 3i)z$.

- a) Bestimmen Sie eine möglichst einfache Gleichung für das Bild der 1. Winkelhalbierenden (halbiert den 1. und den 3. Quadranten) in der Gauss'schen Zahlenebene. **(2P)**
- b) Charakterisieren Sie die Abbildung f vollständig. **(3P)**

8. Differentialgleichung

Ein Tank mit einer Kapazität von 500 l enthält anfänglich 80 l Wasser. Säure mit einer Konzentration von 38% fliesst in den Tank mit einer Geschwindigkeit von 4 l/min. Der Tankinhalt wird laufend gut durchmischt, so dass sich die Säure gleichmässig verteilt. Gleichzeitig verlässt die Mischung den Tank mit einer Geschwindigkeit von ebenfalls 4 l/min. Das Volumen der Flüssigkeit im Tank bleibt somit konstant.

Es bezeichne $M(t)$ die Menge an reiner Säure im Tank in Litern zur Zeit t .

- a) Stellen Sie die Differentialgleichung für $M(t)$ auf. Um was für eine Differentialgleichung handelt es sich? Wie muss demnach die Lösungsfunktion lauten? Das Lösen der Differentialgleichung wird nicht von Ihnen erwartet. **(2.5P)**

Als die Säurekonzentration im Tank bei 22% angelangt ist, wird der Abfluss verlangsamt: Jetzt verlässt die Mischung den Tank nur noch mit einer Geschwindigkeit von 2 l/min. Der Zufluss bleibt derselbe, das Volumen der Flüssigkeit im Tank ändert sich dadurch laufend.

- b) Begründen Sie, warum $M(t)$ die Differentialgleichung

$$M'(t) + \frac{M(t)}{40+t} = 1.52$$

erfüllt. **(1P)**

- c) Bestimmen Sie die Gleichung für $M(t)$, indem Sie diese Differentialgleichung mit Hilfe einer „Variation der Konstanten“ lösen. **(4.5P)**
- d) Welche Konzentration weist die Säure im Tank beim Zeitpunkt des Überlaufens auf? **(1P)**

9. Kegelschnitt

Eine Hyperbel hat die Brennpunkte $F_1(2/3)$ und $F_2(8/4)$.

Ein Lichtstrahl verlässt den Brennpunkt F_2 , trifft im Punkt R auf den linken Ast der Hyperbel und wird dort an der Kurve reflektiert. Die Tangente t an die Hyperbel im Reflexionspunkt R hat die Gleichung

$$t(x) = -\frac{1}{3}x + 5.$$

Berechnen Sie die Koordinaten des Punktes R , in welchem der Lichtstrahl auf die Hyperbel trifft, und die Hyperbel-Parameter a und b . **(6P)**