

Kantonsschule Alpenquai Luzern

<b>Fach</b>	<i>Mathematik Grundlagenfach</i>
<b>Prüfende Lehrpersonen</b>	<i>Patrik Hess (patrik.hess@edulu.ch) Franz Meier (franz.meier10@edulu.ch) Daniel Muzzulini (daniel.muzzulini@edulu.ch)</i>
<b>Klassen</b>	<i>6Wc / 6Rc / 6Rd / 6Wb</i>
<b>Prüfungsdatum</b>	<i>Dienstag, 29. Mai 2012</i>
<b>Prüfungsdauer</b>	<i>180 Minuten</i>
<b>Erlaubte Hilfsmittel</b>	<i>„Formeln, Tabellen, Begriffe“, DMK, DPK, DCK (2009) Taschenrechner TI-30, Voyage 200 (oder TI-92 Plus) ohne Handbuch</i>
<b>Anweisungen</b>	<i>Es wird Wert auf eine saubere Darstellung gelegt. Jede Aufgabe soll auf einem neuen Bogen begonnen werden und muss einen vollständigen und nachvollziehbaren Lösungsweg enthalten. Beschriften Sie jeden Bogen mit Ihrem Namen und der Ihnen zugeordneten Nummer!</i>
<b>Anzahl erreichbarer Punkte</b>	<i>Aufgabe 1: 9 Aufgabe 2: 11 Aufgabe 3: 9 Aufgabe 4: 11 Total: 40</i>  <i>Die Note 6 wird für 36 Punkte erteilt</i>
<b>Anzahl Seiten (inkl. Titelblatt)</b>	<i>4</i>

# 1. Vektoren

$a$	$b$	$c$	$d$	$e$	$\Sigma$
1	2	1.5	1.5	3	9

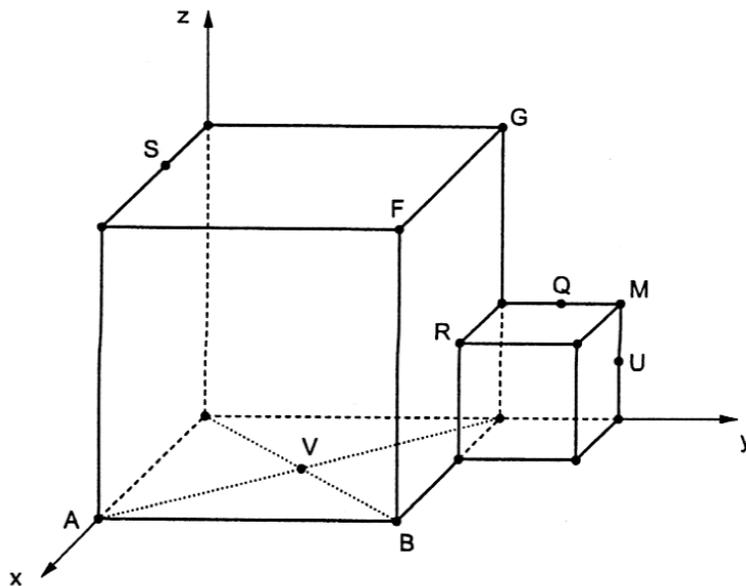
Gegeben sind zwei Würfel mit den Kantenlängen 10 und 4 (siehe Figur).

Q und U sind Kantenmittelpunkte, V ist Diagonalschnittpunkt.

- Bestimmen Sie eine Parameterdarstellung der Geraden  $g$  durch die Punkte Q und A.
- Besitzt das Dreieck VMG einen rechten Winkel? Begründen Sie die Antwort!

Für die folgenden Teilaufgaben gilt S(4/0/10) – S ist also nicht Kantenmittelpunkt!

- Berechnen Sie den spitzen Schnittwinkel zwischen den Geraden BS und BG.
- Bestimmen Sie den Durchstosspunkt X der Geraden US mit der Ebene BFG.
- Berechnen Sie den Abstand des Raummittelpunktes des grossen Würfels von der Ebene  $\varepsilon$ , welche durch die Punkte S, F und R bestimmt ist.



# 2. Analysis

$a$	$b$	$c$	$d$	$\Sigma$
1	2	4	4	11

Gegeben ist die Funktion  $f_t(x) = -\frac{1}{9}x^4 + \frac{2}{3}t^2x^2$  mit dem Parameter  $t > 0$ .

- Setzen Sie  $t = 2$  und skizzieren Sie den Graphen der Funktion  $f_2$ .
- Berechnen Sie die Extrempunkte von  $f_2$ .
- Die Verbindungsgerade der beiden Hochpunkte von  $f_2$  schneidet die  $y$ -Achse im Punkt S. Weiter ist  $P(u | ?)$  mit  $0 < u < 2\sqrt{3}$  ein Punkt des Graphen von  $f_2$ , der im ersten Quadranten liegt, und  $Q(-u | ?)$  ein Punkt des Graphen von  $f_2$ , der im zweiten Quadranten liegt.  
Für welchen Wert von  $u$  wird die Fläche des Dreiecks  $QPS$  maximal?  
Geben Sie den maximalen Flächeninhalt an.
- Nun soll  $t$  allgemein belassen werden.  
Der Graph von  $f_t$ , die Tangente an den Graphen im Wendepunkt im ersten Quadranten und die  $x$ -Achse begrenzen eine Fläche, die den Nullpunkt als Randpunkt enthält. Für welchen Wert von  $t$  beträgt dieser Flächeninhalt  $\frac{19}{720}$  Flächeneinheiten?

### 3. Wahrscheinlichkeit

$a$	$b$	$c$	$d$	$e$	$f$	$\Sigma$
1	1	1.5	1.5	1.5	2.5	9

Im Casinospiel Halfluck wird gegen eine Bank mit einem fairen Würfel und mit fairen Münzen gespielt. Um zu spielen, leisten Sie einen Einsatz von 3 Franken, die Bank setzt 3 Zweifrankenstücke.

Sie eröffnen das Spiel, indem Sie einmal würfeln. Je nach Augenzahl wird anders verfahren:

- Augenzahl 6: Sie gewinnen den Einsatz der Bank und erhalten Ihren Einsatz zurück.
- Augenzahl 5: Sie erhalten Ihren Einsatz zurück.
- Augenzahl 4: Sie gewinnen gar nichts und auch Ihr Einsatz ist verloren.

In den drei genannten Fällen ist das Spiel bereits zu Ende.

- Augenzahl 1, 2, 3: Ihr Einsatz ist verloren. Sie erhalten nun vom Einsatz der Bank so viele Zweifrankenstücke, wie die Augenzahl angibt. Sie werfen diese Geldstücke. Anschliessend dürfen Sie diejenigen darunter behalten, die Kopf zeigen und das Spiel ist zu Ende.

- a) Mit welcher Wahrscheinlichkeit erhalten Sie nie den Maximalgewinn von 6 Franken, wenn Sie Halfluck über 15 Runden spielen?
- b) Mit welcher Wahrscheinlichkeit erhalten Sie den Maximalgewinn mindestens zwei Mal in 15 Runden?
- c) Wie viele Runden müssen Sie mindestens spielen, um den Maximalgewinn mindestens einmal mit einer Wahrscheinlichkeit von 95% oder mehr zu erzielen?
- d) Mit welcher Wahrscheinlichkeit verlieren Sie Geld, wenn Sie eine Runde Halfluck spielen?
- e) Mit welcher Wahrscheinlichkeit gewinnen Sie Geld, wenn Sie eine Runde Halfluck spielen?
- f) Berechnen Sie den erwarteten Gewinn oder Verlust für eine Runde Halfluck. Wie müssen Sie gegebenenfalls den Einsatz des Spielers ändern, damit das Spiel fair wird?

## 4. Unabhängige Kurzaufgaben

$a$	$b$	$c$	$d$	$\Sigma$
2.5	3	3	2.5	11

- a) Bestimmen Sie eine Koordinatengleichung der Geraden  $g: \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 12 \\ -3 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} -4 \\ 3 \end{pmatrix}$  und berechnen Sie den Abstand des Punktes  $P(-40|30)$  von der Geraden  $g$ .
- b) Der Graph einer Polynomfunktion (= ganzrationale Funktion) vierten Grades hat zwei Nullstellen:  $x_1 = 0$  und  $x_2 = 2$ . Der Punkt  $(0|0)$  ist Terrassenpunkt. Die Fläche, die vom Graphen und der  $x$ -Achse eingeschlossen wird, liegt im vierten Quadranten und misst 1.6 Flächeneinheiten. Bestimmen Sie die Gleichung der Polynomfunktion.
- c) Gegeben ist die Funktion  $f(x) = \frac{2x^3 - 6x^2 + 6x - 1}{(x-1)^2}$  und die Gerade  $g$  mit der Gleichung  $x = 2$ .
- Bestimmen Sie alle Asymptoten und Polgeraden und skizzieren Sie die Situation.
  - Berechnen Sie die Fläche zwischen dem Graphen der Funktion  $f$  und der schiefen Asymptote im Bereich  $x \geq 2$ .
- d) Acht Personen, unter ihnen Tante Rosa, Paulo und Francesca, mieten zwei Taxis für einen Familienausflug. Taxi A ist komfortabel, Taxi B alt und klein. Jedes Taxi nimmt vier Personen auf. Die Plätze vorne rechts, hinten links, hinten Mitte und hinten rechts sind zu unterscheiden.
- Wie viele Sitzmöglichkeiten gibt es insgesamt?
  - Wie viele Sitzmöglichkeiten gibt es, wenn Tante Rosa unbedingt im Taxi A sitzen will?
  - Wie viele Sitzmöglichkeiten gibt es, wenn das Paar Paulo und Francesca irgendwo, aber im gleichen Taxi sitzen will?