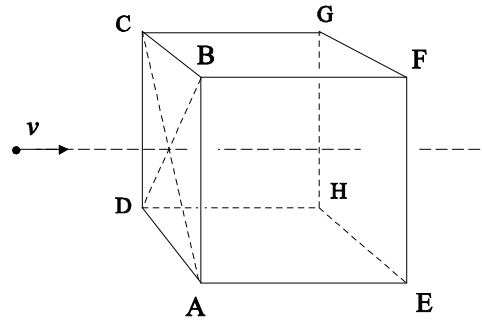


Fach	<i>Schwerpunktfach Physik und Anwendungen der Mathematik</i>														
Prüfende Lehrpersonen	<i>Michael Portmann – Orłowski (michael.portmann@edulu.ch) Elisabeth Henrich (elisabeth.henrich@edulu.ch)</i>														
Klassen	<i>6Ra, 6Lc (4 Schüler)</i>														
Prüfungsdatum	<i>24. Mai 2011</i>														
Prüfungsdauer	<i>180 Minuten</i>														
Erlaubte Hilfsmittel	<ul style="list-style-type: none"> • <i>Formelsammlung „Formeln und Tafeln“, DMK</i> • <i>Taschenrechner TI30, Voyage 200 (ohne Handbuch)</i> 														
Anweisungen zur Lösung der Prüfung	<ul style="list-style-type: none"> • <i>Die Lösungen sind sauber darzustellen und ausführlich zu dokumentieren.</i> • <i>Die Aufgaben 1 – 5 (Physik) und 6 – 9 (Anwendungen der Mathematik) sind auf separate Bögen zu lösen.</i> • <i>Der Einsatz der Hilfsmittel ist klar anzugeben.</i> 														
Anzahl erreichbarer Punkte	<table style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <thead> <tr> <th style="text-align: left;"><i>Physik</i></th> <th style="text-align: left;"><i>Mathematik</i></th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td><i>Aufgabe 1: 6</i></td> <td><i>Aufgabe 6: 6</i></td> </tr> <tr> <td><i>Aufgabe 2: 6</i></td> <td><i>Aufgabe 7: 13</i></td> </tr> <tr> <td><i>Aufgabe 3: 6</i></td> <td><i>Aufgabe 8: 5</i></td> </tr> <tr> <td><i>Aufgabe 4: 6</i></td> <td><i>Aufgabe 9: 6</i></td> </tr> <tr> <td><i>Aufgabe 5: 6</i></td> <td></td> </tr> <tr> <td colspan="2" style="text-align: right; border-top: 1px solid black;"><i>Total: 60</i></td> </tr> </tbody> </table> <p style="text-align: center; margin-top: 10px;"><i>Die Note 6 wird für 50 Punkte erteilt.</i></p>	<i>Physik</i>	<i>Mathematik</i>	<i>Aufgabe 1: 6</i>	<i>Aufgabe 6: 6</i>	<i>Aufgabe 2: 6</i>	<i>Aufgabe 7: 13</i>	<i>Aufgabe 3: 6</i>	<i>Aufgabe 8: 5</i>	<i>Aufgabe 4: 6</i>	<i>Aufgabe 9: 6</i>	<i>Aufgabe 5: 6</i>		<i>Total: 60</i>	
<i>Physik</i>	<i>Mathematik</i>														
<i>Aufgabe 1: 6</i>	<i>Aufgabe 6: 6</i>														
<i>Aufgabe 2: 6</i>	<i>Aufgabe 7: 13</i>														
<i>Aufgabe 3: 6</i>	<i>Aufgabe 8: 5</i>														
<i>Aufgabe 4: 6</i>	<i>Aufgabe 9: 6</i>														
<i>Aufgabe 5: 6</i>															
<i>Total: 60</i>															
Anzahl Seiten (inkl. Titelblatt)	<i>5</i>														

Aufgabe 1

a	b	c	Punkte
2	2	2	6

Wir betrachten einen würfelförmigen Ausschnitt des leeren Raums in einem Teilchenbeschleuniger. Die Seiten des Würfels sind jeweils 60 cm lang. In diesen Raum hinein schießen wir von links Elektronen.

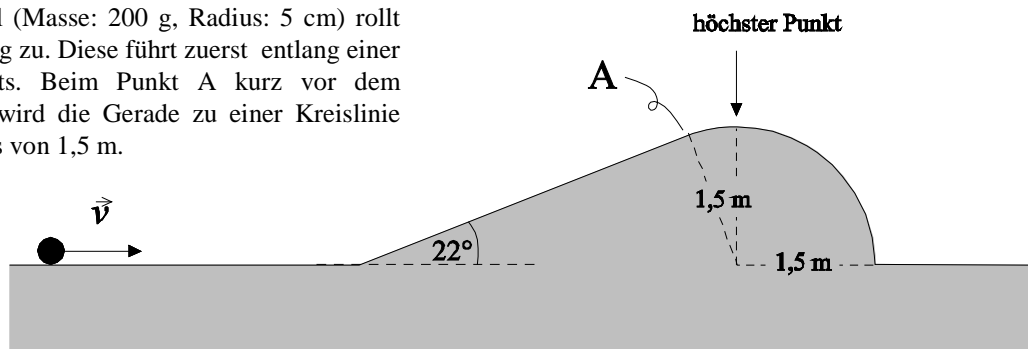


- Wie schnell sind die Elektronen unterwegs, wenn die Distanz BF vom Elektron aus betrachtet 1,7-mal kürzer ist als von aussen betrachtet?
- Im Inneren des Würfels wirke nun ein homogenes, magnetisches Feld waagrecht nach vorne (d.h. parallel zu der Würfelkante GF).
 - Zeichnen Sie **auf ein separates Blatt** die Bahn der Elektronen im Inneren des Würfels auf. *Kräfte einzeichnen, ohne Berechnungen!*
 - Erklären Sie, weshalb Sie ausgerechnet diese Bahn gewählt haben.
- Philipp stellt Versuche an mit dem „Würfel“. Er legt ein elektrisches Feld parallel zur Würfelkante CD nach oben an den Würfel an. Nach längerem Probieren behauptet er:
 - Wenn das elektrische Feld die richtige Stärke aufweist, werden die Elektronen nicht mehr abgelenkt und bewegen sich entlang der gestrichelten Linie geradeaus durch den Würfel hindurch.
 Entscheiden Sie eindeutig, ob diese Behauptung richtig oder falsch ist. *Begründung?*

Aufgabe 2

a	b	Punkte
3.5	2.5	6

Eine Metallkugel (Masse: 200 g, Radius: 5 cm) rollt auf eine Erhöhung zu. Diese führt zuerst entlang einer Geraden aufwärts. Beim Punkt A kurz vor dem höchsten Punkt wird die Gerade zu einer Kreislinie mit einem Radius von 1,5 m.

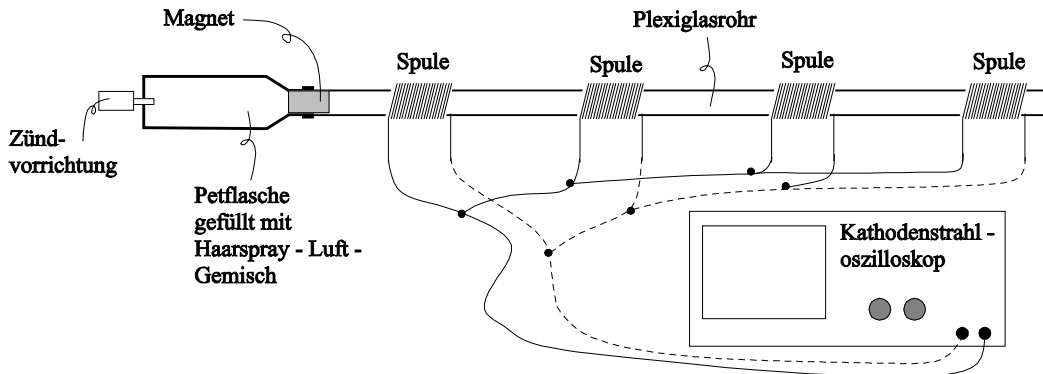


- Berechnen Sie die Geschwindigkeit, mit welcher sich die Kugel vor der Erhöhung bewegen muss, damit sie exakt am höchsten Punkt stehen bleibt.
- „Wenn die Kugel den Punkt A erreicht und ihre Geschwindigkeit grösser als 3,694 m/s ist, wird sie von der Kreislinie abheben und im Sinne eines schiefen Wurfs in einem hohen Bogen durch die Luft fliegen ...“ Wir wollen diese Behauptung überprüfen und beginnen zu rechnen ...
 - Berechnen Sie die oben erwähnte kritische Geschwindigkeit, bei welcher die Kugel am Punkt A abhebt. *Zu Ihren Berechnungen gehört ein beschriftetes Punktbild der Kugel, wenn sie sich im Punkt A befindet.*

Aufgabe 3

a	b	Punkte
3	3	6

Wir bauen aus einem Plexiglasrohr (Durchmesser: 1,8 mm, Länge: 1 m) und einer Petflasche (0,5 l) mit Loch und Zündvorrichtung eine Kanone. Als Geschoss dient ein zylinderförmiger, zweipoliger Magnet. Für unsere Untersuchungen haben wir im Abstand von jeweils 20 cm je 30 Windungen dünnen Kupferdrahtes ums Plexiglasrohr gewickelt und alle 4 Spulen mit dem Eingang eines Kathodenstrahloszilloskops verbunden.

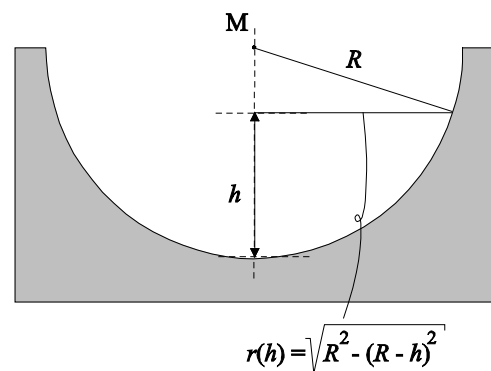


- a) Wir sprühen Haarspray in die Petflasche und zünden das Haarspray–Luft–Gemisch. Der Haarspray verbrennt explosionsartig, so dass heisse Abgase (Masse: 0,625 g, spezifische Wärmekapazität: 707,74 J/kg K) entstehen. Dabei wird die Temperatur so schnell von 20°C auf 900°C erhöht, dass sich der Magnet (Masse: 95 g) in dieser Zeit nicht bewegt. Dann erst dehnen sich die Abgase aus und beschleunigen den Magneten, wobei nur 5% der Energie der Explosion tatsächlich in Bewegung umgesetzt werden. Bestimmen Sie die maximal mögliche Geschwindigkeit, welche der Magnet erreicht!
- b) Erklären Sie **Schritt für Schritt** was das Kathodenstrahloszilloskop anzeigen wird, wenn der Magnet im Rohr beschleunigt wird. Zu Ihren Erklärungen gehört ein U - t -Diagramm ($t \rightarrow x$ -Achse, $U \rightarrow y$ -Achse).

Aufgabe 4

a	b	Punkte
4	2	6

Viktor hat aus einem Plexiglasblock ein Gefäss herausgefräst. Den Querschnitt des rotationsymmetrischen Gefässes sehen wir rechts. Viktor will eine ganz bestimmte Entleerungszeit erreichen. Bevor er die Austrittsöffnung mit der Fläche A_0 ins Gefäss bohrt, stellt er deshalb Berechnungen an.



- a) Das Entleeren dieses halbkugelartigen Gefässes wird mit der folgenden Gleichung beschrieben.

$$\pi \cdot \frac{dh}{dt} = - \frac{\sqrt{2g} \cdot A_0}{[2R \cdot h^{\frac{1}{2}} - h^{\frac{3}{2}}]}$$

Bestimmen Sie die Entleerungszeit, wenn die Fläche der Austrittsöffnung 1 mm^2 und der Radius des Gefässes 10 cm beträgt. Das Gefäss sei zu Beginn randvoll, d.h. bis an den obersten Rand gefüllt!

- b) Viktor behauptet folgendes:

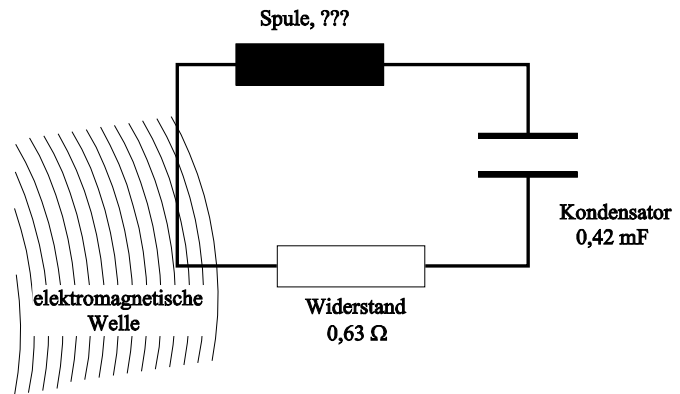
Unabhängig von der Form können wir die maximal mögliche Sinkgeschwindigkeit des Wassers im Gefäss für reibungsfreie Flüssigkeiten immer mit der Wurzel aus dem Produkt der Fallbeschleunigung, der Zahl 2 und der Wasserhöhe abschätzen. Entscheiden Sie **eindeutig**, ob diese Behauptung stimmt! *Begründung?*

Aufgabe 5

a	b	Punkte
3.5	2.5	6

Wir schalten unser selbst gebasteltes Radio ein. Auch wenn wir am Frequenzwahlknopf drehen, ändert sich nichts: Wir hören immer nur ein Rauschen. Offenbar funktioniert irgendetwas noch nicht! Die im Moment eingestellte Frequenz beträgt exakt 5200 Hz.

Wir holen die Bauanleitung fürs Radio und schauen das Schaltschema an. Die Schaltung besteht aus einer Spule (Induktivität unbekannt), einem Widerstand (Spule und Drähte: $0,63 \Omega$) und einem Kondensator ($0,42 \text{ mF}$). Gemäss Anleitung ist der Empfang bei einer Frequenz von 3000 Hz besonders gut.



- Bestimmen Sie für eine Frequenz von 5200 Hz den **komplexen Wechselstromwiderstand** der abgebildeten Schaltung. *Neben Begründungen zu den Gleichungen geben Sie auch konkrete Zahlenwerte für den komplexen Wechselstromwiderstand an!*
- Weshalb dürfen wir annehmen, dass die Spannung sinusförmig verläuft und die Spannungsamplitude nicht von den Eigenschaften des Schwingkreises abhängt? *Gesucht ist eine detaillierte Erklärung, wie die Spannung überhaupt zustande kommt ...keine Berechnung!*

Aufgabe 6

a	b	c	d	Punkte
1	1	1	3	6

Die Fähigkeit zur übersinnlichen Wahrnehmung soll durch das folgende Experiment getestet werden:

Aus 5 verschiedenen Karten wird eine Karte zufällig ausgewählt. Die Versuchsperson erhält die Aufgabe, die ausgewählte Karte zu identifizieren, ohne sie gesehen zu haben. Das Experiment wird mehrfach wiederholt, wobei die ausgewählte Karte zurückgelegt wird.

- Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, dass eine Person durch blosses Raten in 10 Versuchen höchstens 2 Karten richtig identifiziert?
- Erreicht eine Person in 10 Versuchen mindestens 4 Treffer, so will man ihr eine besondere Begabung zuschreiben. Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, dass man einer nur ratenden Person irrtümlich besondere Begabung zuschreibt?
- Ein anerkannter Hellseher hat die Fähigkeit, eine Karte mit der Wahrscheinlichkeit von 0.5 richtig zu bestimmen. Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, dass er am Test der Aufgabe b) scheitert?
- Um das Fehlerrisiko zu verkleinern wird der Versuch 20 Mal wiederholt. Wie lautet die Entscheidungsregel, wenn einer Testperson ohne besondere Begabung, die also nur rät, mit einem Risiko von höchstens 5% eine besondere Fähigkeit zugeschrieben wird?

Kantonsschule Luzern

Aufgabe 7	a	b	c	d	e	f	Punkte
	2	4	3	1.5	1.5	1	13

Von einer affinen Abbildung α sind die Urbilder $P_1(1|0)$, $P_2(1|1)$, $P_3(0|1)$ und die dazugehörigen Bilder $P_1'(2|-1)$, $P_2'(3|-1)$, $P_3'(4|-3)$ bekannt; d.h. P_i' ist das Bild von P_i für $i = 1, 2, 3$.

- Bestimmen Sie die Abbildungsgleichung von α in der Form $\vec{r}' = M\vec{r} + \vec{c}$.
- Bestimmen Sie den Abbildungstyp.
Berechnen Sie dazu die Eigenwerte, die Eigenvektoren, die Fixelemente, d.h. Fixpunktgeraden in der Form $y = mx + b$, Fixgeraden in der Form $y = mx + b$ und Fixpunkte.
- Zeichnen Sie die gegebenen Urbilder und Bilder sowie die in b) errechneten Fixelemente in ein gemeinsames Koordinatensystem. Erklären Sie den Abbildungstyp indem Sie den Punkt P_2 geometrisch abbilden und jeden Schritt genau beschreiben.
- Bestimmen Sie die Umkehrabbildung α^{-1} .
- Welches ist das Bild f' der Geraden $f : y = 4x - 2$? Bestimmen Sie eine Funktionsgleichung der Geraden f' .
- Bestimmen Sie den Flächeninhalt des Bilddreiecks $P_1'P_2'P_3'$.

Aufgabe 8	a	b	Punkte
	4	1	5

Gegeben ist die Menge $S = \left\{ z \in \mathbb{C} \mid (z + 2i)^2 + (\bar{z} - 2i)^2 + 3(1 + z\bar{z}) = 4 \right\}$

(\bar{z} ist die zu z konjugiert komplexe Zahl).

- Bestimmen und charakterisieren Sie die Menge S (Kurvtyp, Lage, Halbachsen, Mittelpunkt, Brennpunkte, Scheitelpunkte, Asymptoten).
- Zeichnen Sie die Menge S in der komplexen Ebene.

Aufgabe 9	a	b	c	Punkte
	2	3	1	6

Gegeben ist die inhomogene lineare Differentialgleichung (DGL) erster Ordnung

$$y'(x) + \cos(x) \cdot y(x) = \frac{1}{2} \sin(2x), \quad x \in [0; \quad]$$

Bestimmen Sie

- die allgemeine Lösung der homogenen DGL durch Separation der Variablen,
- eine Lösung der inhomogenen DGL mit Variation der Konstanten,
(Tipp: $\int \sin(2x) e^{\sin(x)} dx = 2e^{\sin(x)} (\sin x - 1)$)
- die allgemeine Lösung der inhomogenen DGL.