KANTON LUZERN
Bildungs- und Kulturdepartement

Schriftliche Maturitätsprüfung *2011*

Kantonsschule Alpenquai Luzern

Fach	*Grundlagenfach Mathematik*
Prüfende Lehrpersonen	*Sibille Burkard (sibille.burkard@edulu.ch)* *Adrian Häfliger (adrian.haefliger@edulu.ch)* *Markus T. Schmid (markust.schmid@edulu.ch)* *Philipp Spindler (philipp.spindler@edulu.ch)*
Klassen	*6Na / 6Rc / 6Wa / 7Sb*
Prüfungsdatum	*23. Mai 2011*
Prüfungsdauer	*180 Minuten*
Erlaubte Hilfsmittel	Formelsammlung „Formeln und Tafeln", Orell-Füssli *Rechner: TI-voyage200 oder TI-83 oder TI-nspire, ohne Handbuch, zusätzlich ein Rechner vom Typ TI-30*
Anweisungen zur Lösung der Prüfung	*Es wird Wert auf eine saubere Darstellung gelegt.* *Jede Aufgabe soll auf einem neuen Bogen begonnen werden und muss einen vollständigen und nachvollziehbaren Lösungsweg enthalten.* *Jeder Bogen ist mit dem Namen zu beschriften.*
Anzahl erreichbarer Punkte	*Aufgabe 1: 4* *Aufgabe 2: 11* *Aufgabe 3: 12* *Aufgabe 4: 6* *Aufgabe 5: 9* *Total: 42* *Für die Note 6 werden mindestens 37 Punkte benötigt.*
Anzahl Seiten (inkl. Titelblatt)	*4*

	Punkte
Aufgabe 1	**4**

Der Graph einer ganzrationalen Funktion f vom Grad vier geht durch den Ursprung und hat an der Stelle 2 einen Sattelpunkt. Zudem schneidet die Tangente an den Graphen von f im Punkt P(–1 | –4) die Gerade mit der Gleichung $y = -\frac{1}{3}x + 6$ senkrecht.

Wie lautet die Funktionsgleichung von f ?

	a	b	c	d	Punkte
Aufgabe 2	1	2.5	3.5	4	**11**

Eine gerade Pyramide ABCDS mit quadratischer Grundfläche und ein Quader CDEFGHIK haben die gemeinsame Kante CD (siehe Bild 1). Folgende Punkte sind bereits bekannt: A(0 | 0 | 0), B(6 | 0 | 0), S(3 | 3 | 4), F(6 | 8.5 | 0) und H(0 | 6 | 10).

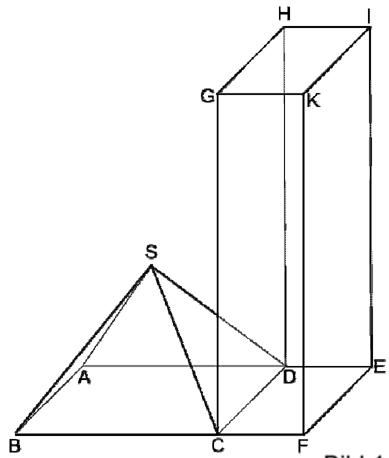


Bild 1

a) Bestimmen Sie die Koordinaten der Punkte C, D und K.

b) Berechnen Sie den Abstand des Punktes H zur Gerade g, welche durch die Punkte B und S verläuft.

Nun wird der Quader an die Pyramide gekippt (siehe Bild 2). Der so gekippte Quader hat die Ecken C, D, E*, F*, G*, H*, I*, K*.

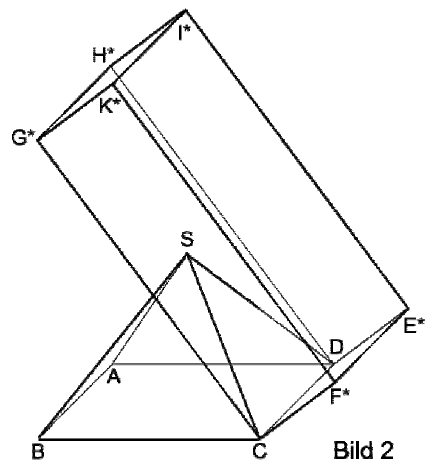


Bild 2

c) Zeichnen Sie einen geeigneten Querschnitt der beiden Objekte als weitere Hilfe.

   1) Berechnen Sie den Winkel α, um den der Quader an der Kante CD gekippt wurde.

   2) Bestimmen Sie die Koordinaten der Ecken E*, F*, G* und K* des gekippten Quaders.

   3) Zeigen Sie, dass die Spitze S der Pyramide mit dem Mittelpunkt M* der einen Quaderseite zusammenfällt.

d) Die Gerade g durch die Punkte B und S durchstösst den gekippten Quader. In welchem Punkt und unter welchem Neigungswinkel β tritt sie aus der Seite K*F*E*I* des Quaders wieder aus?

	a	b	c	d	Punkte
Aufgabe 3	3	3.5	2	3.5	**12**

Gegeben ist die Funktionsschar f_t mit $f_t(x)=\dfrac{8}{2x^2+t}$ und $t\in\mathbb{R}$.

a) Für welche Werte von t hat die Funktion f_t keine Extrempunkte und für welche Werte von t hat sie keine Wendepunkte?

b) Bestimmen Sie die Gleichungen aller Asymptoten der Graphen von f_1 und f_{-8}.
Zeichnen Sie anschliessend über dem Intervall [–5, 5] die beiden Graphen je in ein Koordinatensystem. (Koordinatensystem: 1 Einheit $\hat{=}$ 2 Häuschen)

c) Der Graph der Funktion f_1 begrenzt zusammen mit den beiden Koordinatenachsen sowie der Geraden g mit $g(x)=2$ ein nach rechts ins Unendliche reichendes Flächenstück.
Wie gross ist dessen Flächeninhalt?

d) Bestimmen Sie die Gleichungen beider Tangenten, welche durch den Punkt P(4 | 0) an den Graphen von f_{-8} gelegt werden können.
Welchen Winkel schliessen diese beiden Tangenten ein?

	a	b	c	Punkte
Aufgabe 4	1.5	2.5	2	**6**

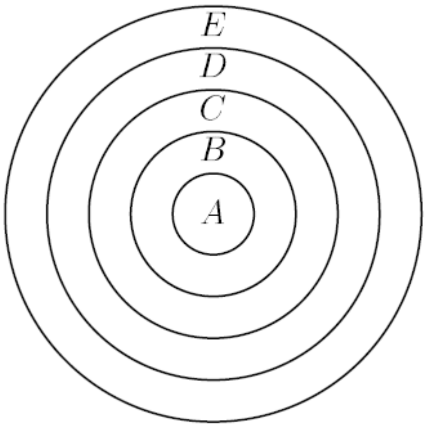
Gegeben sind die Funktionen f und g mit $f(x)=20-x^2$ und $g(x)=x^2+4$.

a) Die Graphen der Funktionen f und g schliessen eine Fläche A ein. Berechnen Sie den Inhalt dieser Fläche.

b) Der Graph der Funktion $h(x)=a$ zerlegt die Fläche A so in zwei Teilflächen, dass der Inhalt der oberen Fläche einen Drittel des Inhalts der Fläche A ausmacht. Bestimmen Sie a.

c) Die Fläche A rotiert nun um die x-Achse. Berechnen Sie das Volumen V des Rotationskörpers.

	a	b	c	d	e	f	Punkte
Aufgabe 5	1	1	1.5	2	1.5	2	**9**



Schausteller Pomponelli möchte für ein Spiel eine Dart-Scheibe herstellen. Auf einer kreisrunden Scheibe mit dem Radius 50 cm zeichnet er 4 konzentrische Kreise (gleicher Mittelpunkt) mit den Radien 10 cm, 20 cm, 30 cm und 40 cm. Die kleine Kreisfläche *A* in der Mitte ist somit von den vier Kreisringen *B*, *C*, *D* und *E* umgeben (siehe Bild).

Jede dieser 5 Flächen möchte er mit einer Farbe ausfüllen. Dazu stehen ihm 6 verschiedene Farben zur Verfügung.

Auf wie viele Arten kann Pomponelli die 5 Flächen anmalen, wenn …

a) alle Flächen unterschiedliche Farbe erhalten sollen?

b) zwei benachbarte Flächen nicht die gleiche Farbe erhalten sollen?

Ein Spieler darf mit verbundenen Augen einen Dart-Pfeil auf die Scheibe werfen. Der Wurf zählt nur, wenn der Spieler die Scheibe trifft. Andernfalls darf er den Wurf wiederholen. Es kann angenommen werden, dass die Wahrscheinlichkeit, eine Fläche zu treffen, proportional zu ihrem Flächeninhalt ist.

c) Weisen Sie nach, dass die Trefferwahrscheinlichkeiten im Verhältnis $p_A : p_B : p_C : p_D : p_E = 1:3:5:7:9$ stehen.

Der Wurf mit einem Dart-Pfeil kostet 1 Franken. Pomponelli möchte auf einer Tafel die Auszahlungen für einen Treffer anschreiben. Folgende Bedingungen sollen erfüllt sein:

- Für einen Treffer der Flächen *D* oder *E* wird nichts ausbezahlt.
- Für einen *C*-Treffer wird 1 Franken ausbezahlt.
- Für einen *A*-Treffer wird fünfmal so viel ausbezahlt wie für einen *B*-Treffer.
- Pro verkauftem Dart-Pfeil will Pomponelli im Durchschnitt einen Gewinn von 16 Rappen erzielen.

d) Welche Auszahlungen soll Pomponelli bei den Flächen *A* und *B* anschreiben?

Kalle trifft mit jedem Wurf die Scheibe.

e) Kalle wirft 10 Mal einen Dart-Pfeil. Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, dass er mindestens 5 Mal die Fläche *E* trifft?

f) Wie oft muss Kalle werfen, um die Fläche *A* mit mindestens 99%iger Wahrscheinlichkeit mindestens einmal zu treffen?