

Schriftliche Maturitätsprüfung 2010**Mathematik Grundlagenfach**

Prüfende Lehrer	<i>Patrik Hess</i> <i>Pierre-Dominique Hool</i>	<i>patrik.hess@edulu.ch</i> <i>pierre-dominique.hool@edulu.ch</i>
Klassen	<i>6Lb, 6Rc, 6Wb</i>	
Prüfungsdatum	<i>Dienstag, 25. Mai 2010</i>	
Prüfungsdauer	<i>180 Minuten</i>	
Erlaubte Hilfsmittel	<ul style="list-style-type: none"> - <i>Formelsammlung „Formeln und Tafeln“</i> - <i>Taschenrechner: TI30 und Voyage 200 (ohne Handbuch)</i> 	
Anweisungen	<ul style="list-style-type: none"> - <i>Es wird Wert auf eine saubere Darstellung gelegt.</i> - <i>Jede Aufgabe auf einem neuen Bogen beginnen.</i> - <i>Jede Aufgabe muss einen vollständigen und nachvollziehbaren Lösungsweg enthalten.</i> - <i>Jeder Bogen ist mit dem Namen zu versehen.</i> 	
Anzahl erreichbarer Punkte	<i>Aufgabe 1: 11</i> <i>Aufgabe 2: 12</i> <i>Aufgabe 3: 15</i> <i>Aufgabe 4: 10</i> <i>Total: 48</i>	
Anzahl Seiten	<i>4</i>	

Aufgabe 1 – Analysis	a	b	c	d	Punkte
	2	2	3	4	11

Gegeben sind die Funktionen $f(x) = \frac{x^3}{x^2 - 4}$ und $g(x) = \frac{1}{e} \cdot e^x$

- Bestimmen Sie alle Asymptoten von f .
- Zeigen Sie, dass sich die schiefe Asymptote von f und der Graph von g berühren.
- Der Graph von g , die schiefe Asymptote von f und die x -Achse begrenzen eine (ins Unendliche reichende) Fläche. Diese Fläche rotiert um die x -Achse.
Berechnen Sie den Inhalt des so entstehenden Rotationsvolumens.
- Sei H der Hoch- und T der Tiefpunkt von f .
Bestimmen Sie den Punkt P auf g so, dass im Dreieck HTP $\overline{HP} = \overline{TP}$ ist.

Aufgabe 2 – Analysis	a	b	c	Punkte
	5	3	4	12

Der Graph einer Polynomfunktion f dritten Grades geht durch den Koordinatenursprung und hat ein lokales Minimum T auf der positiven x -Achse. Das lokale Maximum H hat den y -Wert 16. Die x -Achse und der Funktionsgraph begrenzen ein Flächenstück mit Inhalt 27.

- Bestimmen Sie die Gleichung von f sowie die Koordinaten von T und H .

Fahren Sie jetzt weiter mit $f(x) = 4x \cdot (x - 3)^2$

- T ist das lokale Minimum der Funktion f . Die Gerade g durch die Punkte $S(2 | f(2))$ und $A(a | 0)$, $0 < a < 2$, begrenzt zusammen mit der x -Achse und dem Graphen von f das Flächenstück ATS , das den Flächeninhalt 9 hat.
Berechnen Sie a .
- In der vom Graphen von f und der x -Achse eingeschlossenen Fläche im ersten Quadranten wird das Trapez $PQRS$ mit $P(u | f(u))$, $Q(u | 0)$, $R(2 | 0)$ und $S(2 | f(2))$ eingeschrieben.
Bestimmen Sie die Koordinaten von P so, dass das Trapez einen maximalen Flächeninhalt hat.

Aufgabe 3 – Vektorgeometrie	a	b	c	d	e	f	Punkte
	1	4	2	2.5	2.5	3	15

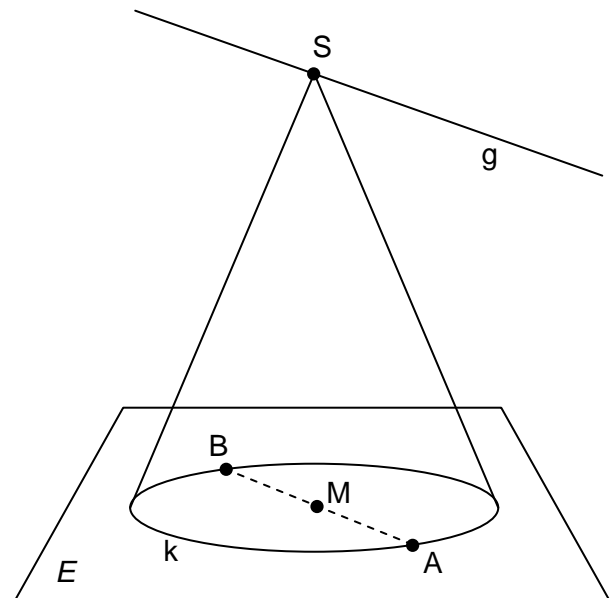
Vom abgebildeten geraden Kreiskegel kennt man die Punkte $A(-2|5|8)$ und $B(6|1|0)$ des Grundkreises k ; sie sind Endpunkte eines Durchmessers von k .

Die Spitze S liegt auf der Geraden $g: \vec{r} = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 8 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} -2 \\ 3 \\ -1 \end{pmatrix}$.

- Zeigen Sie, dass der Punkt A nicht auf der Geraden g liegt.
- Berechnen Sie die Koordinaten von S .

Fahren Sie jetzt weiter mit $S(5|-3|10)$.

- Bestimmen Sie die Koordinatengleichung der Grundkreisebene E .
- Wie gross ist das Volumen des Kegels?
- Unter welchem Winkel schneidet eine Mantellinie des Kegels die Grundkreisebene E ?
- Dem Kegel wird eine Kugel einbeschrieben. Berechnen Sie den Radius dieser Kugel.



Aufgabe 4 – Wahrscheinlichkeitsrechnung	a	b	c	d	Punkte
	3	2	2	3	10

Anna hat einen regulären Spielwürfel, Beata einen Spielwürfel, bei dem die 3 durch eine 5 überschrieben worden ist.

Sie spielen folgendes Spiel:

Beide würfeln einmal. Sind die Augenzahlen verschieden, so zahlt die Spielerin mit der kleineren Augenzahl ihrer Mitspielerin 3 Franken und das Spiel ist zu Ende.

Sind aber die Augenzahlen gleich, wird ein zweites Mal gewürfelt. Sind diesmal die Augenzahlen verschieden, zahlt die Spielerin mit der kleineren Augenzahl ihrer Spielpartnerin 6 Franken. Sind die Augenzahlen auch im zweiten Wurf dieselben, erhält Anna von Beata 20 Franken.

Nach spätestens zwei Würfeln ist das Spiel somit in jedem Fall beendet.

- a) Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, dass das Spiel zu Gunsten von Anna ausgeht?
- b) Zeigen Sie, dass sich das Spiel langfristig für Anna lohnt, indem Sie ihren erwarteten Gewinn ausrechnen.

Fahren Sie jetzt weiter mit dem folgenden Wert: Die Wahrscheinlichkeit, dass das Spiel zu Gunsten von Anna ausgeht, beträgt 44.91%.

- c) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass Anna in 5 Spielen mindestens 3 Mal gewinnt.
- d) Wie oft muss das Spiel gespielt werden, damit die Wahrscheinlichkeit dafür, dass Anna mindestens einmal den Maximalgewinn von 20 Franken einstreichen kann, grösser ist als 90% ?