

Kantonsschule Luzern

Fach	<i>Grundlagenfach Mathematik</i>
Prüfende Lehrpersonen	<i>Martine Aeschlimann (martine.aeschlimann@edulu.ch) Christoph Arnold (christoph.arnold@edulu.ch) Markus T. Schmid (markust.schmid@edulu.ch) Urs Voser (urs.voser@edulu.ch)</i>
Klassen	<i>6La / 6Rd / 6Wc / 6Wd / 7Sa</i>
Prüfungsdatum	<i>25. Mai 2010</i>
Prüfungsdauer	<i>180 Minuten</i>
Erlaubte Hilfsmittel	<i>Formelsammlung „Formeln und Tafeln“, Orell-Füssli Rechner: TI-voyage200 oder TI-92plus oder TI-nspire, ohne Handbuch, zusätzlich ein Rechner vom Typ TI-30</i>
Anweisungen zur Lösung der Prüfung	<i>Es wird Wert auf eine saubere Darstellung gelegt. Jede Aufgabe soll auf einem neuen Bogen begonnen werden und muss einen vollständigen und nachvollziehbaren Lösungsweg enthalten. Jeder Bogen ist mit dem Namen zu beschriften.</i>
Anzahl erreichbarer Punkte	<i>Aufgabe 1: 4 Aufgabe 2: 10 ½ Aufgabe 3: 6 ½ Aufgabe 4: 7 ½ Aufgabe 5: 11½ <u>Aufgabe 6: 3</u> Total: 43</i>
Anzahl Seiten (inkl. Titelblatt)	<i>4</i>

Aufgabe 1	Punkte 4
------------------	---------------------------

Der Graph einer ganzrationalen Funktion dritten Grades $f(x)$ hat an der Stelle $x = 4$ einen Wendepunkt mit waagrechter Tangente. Der Graph der Funktion $f(x)$ und der Graph der Funktion

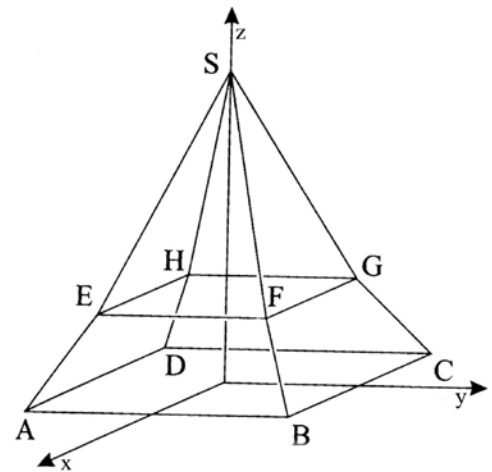
$$g(x) = -\frac{7}{6}x^2 + 4x + \frac{47}{3}$$

schneiden sich rechtwinklig im Punkt $P(2 | y)$.

Bestimmen Sie die Funktionsgleichung von $f(x)$.

Aufgabe 2	a	b	c	Punkte
	2.5	3.5	4.5	10.5

Ein zusammengesetzter Körper (siehe Bild) besteht aus einem quadratischen senkrechten Pyramidenstumpf mit den bekannten Ecken $A(5 | -5 | 0)$ und $E(3 | -3 | 3)$ sowie einer geraden Pyramide mit der Spitze $S(0 | 0 | 12)$. Zudem ist $P(0 | 2 | 6)$, der Schwerpunkt des Dreiecks FGS, bekannt.



- Bestimmen Sie die Koordinaten der übrigen Punkte des zusammengesetzten Körpers sowie den Winkel α zwischen den zwei Kanten SE und EA.
- Berechnen Sie den Abstand der Spitze S zur Geraden g durch die Punkte P und A.
- Die Gerade h geht durch den Punkt P und ist parallel zur Strecke \overline{AF} . In welchem Punkt Q der Seitenfläche EHS durchstösst die Gerade h den Körper? Unter welchem Neigungswinkel β stösst die Gerade h aus dem Körper im Punkt Q aus?

Aufgabe 3	a	b	Punkte
	2.5	4	6.5

Gegeben sind die Funktionen $f(x) = \sqrt{4x}$ und $g(x) = \sqrt{8(8-x)}$.

- Die Graphen von $f(x)$ und $g(x)$ schneiden sich im Punkt S. Bestimmen Sie den Schnittwinkel der beiden Tangenten in S.
- Die Graphen von $f(x)$ und $g(x)$ begrenzen mit der x-Achse ein Flächenstück T. Ein Rechteck mit einer auf der x-Achse liegenden Seite soll dem Flächenstück T so einbeschrieben werden, dass der Umfang am grössten ist. Bestimmen Sie diesen maximalen Umfang.

	a	b	c	d	Punkte
Aufgabe 4	2	1	3	1.5	7.5

Zwei Basketballspielerinnen Anna und Bea trainieren Freiwürfe. Sie treffen erfahrungsgemäss bei jedem Wurf den Korb mit einer gewissen Wahrscheinlichkeit: Anna trifft mit Wahrscheinlichkeit $3/5$, Bea mit Wahrscheinlichkeit $7/8$.

- a) Anna wirft 20 Mal hintereinander.
 - i. Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, dass sie genau 12 Mal trifft?
 - ii. Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, dass sie weniger als 8 Mal trifft?
- b) Bea will eine Serie von n Würfeln machen. Wie gross darf n höchstens sein, dass die Wahrscheinlichkeit, dass alle Würfe Treffer sind, grösser als 25% ist?
- c) Anna bietet ihrer Kollegin ein Spiel an: „Ich werfe vier Mal auf den Korb. Wenn ich jedes Mal treffe, bezahlst du mir 50 Franken, sonst bezahle ich dir 4 Franken pro Fehlversuch.“
Sei X der Gewinn von Anna. Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeitsverteilung von X und untersuchen Sie, ob das Spiel fair ist.
- d) Zum Schluss vereinbaren Anna und Bea folgenden Wettkampf: Sie werfen abwechselungsweise je einen Ball auf den Korb, maximal werfen beide 4 Mal. Wer als Erste einen Fehlversuch hat, hat den Wettkampf verloren. Die stärkere Spielerin Bea beginnt mit Werfen. Mit welcher Wahrscheinlichkeit verliert Bea diesen Wettkampf?

	a	b	c	Punkte
Aufgabe 5	3.5	4.5	3.5	11.5

Gegeben ist die Funktionenschar $f_t(x)$ mit $f_t(x) = 8x \cdot e^{-\frac{x}{t}}$, $t > 0$.

In den Teilaufgaben a) und b) gilt $t = 1$.

- a) Untersuchen Sie $f_1(x)$ auf Nullstellen, Extrem- und Wendepunkte.
Zeichnen Sie den korrekten Graphen von $f_1(x)$ im Bereich $0 \leq x \leq 8$ [1 Einheit = 2 Häuschen].
- b) Die Wendetangente teilt die Fläche im ersten Quadranten zwischen dem Graphen von $f_1(x)$ und der x -Achse in zwei Teile. Bestimmen Sie für beide Teile je den Flächeninhalt.
- c) Die Fläche zwischen der y -Achse, dem Graphen von $f_1(x)$ und der Tangente im Hochpunkt des Graphen rotiert um die x -Achse. Welchen Wert muss der Parameter t haben, damit das Volumen des Rotationskörpers die Grösse 16π hat?

	a	b	c	Punkte
Aufgabe 6	0.5	1	1.5	3

Politiker/innen aus drei Gemeinden treffen sich zu einer Sitzung. Eine Gemeinde ist durch sechs, eine durch fünf und eine durch drei Personen vertreten. Jeder Delegation gehört der jeweilige Gemeindepräsident an.

- Die Politiker/innen setzen sich auf die 14 an der Aussenseite eines U-förmigen Tisches aufgereihten Stühle. Wie viele Anordnungen gibt es für die Politiker/innen sich hinzusetzen?
- Wie viele Sitzanordnungen gibt es am gleichen Tisch, wenn die Delegationsmitglieder einer Gemeinde beieinander sitzen wollen?
- Für die Vorbereitung einer weiteren Sitzung wird ein Ausschuss von vier Personen gebildet. Wie viele mögliche Zusammensetzungen gibt es, wenn mindestens ein Gemeindepräsident dem Ausschuss angehören soll?