

Prüfungsdauer: 180 Minuten

Bewertung: Eine vollständige, ausführlich hergeleitete und sauber dargestellte Lösung einer Aufgabe wird mit der jeweils angegebenen Punktezahl bewertet.
Die Note 6 wird für 45 Punkte erteilt.

Darstellung: Für jede Aufgabe ist ein neuer Bogen zu verwenden.

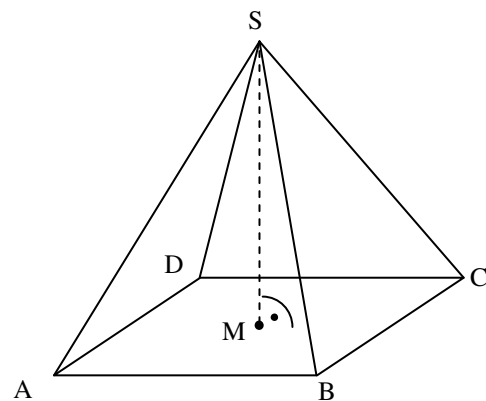
Hilfsmittel: Formelsammlung DMK,
TI 30 und TI-92, TI-92 Plus oder Voyage 200.
Der Einsatz der Hilfsmittel ist klar anzugeben.

Aufgabe 1

12 Punkte

Von einer geraden regelmässigen Pyramide ABCDS mit quadratischer Grundfläche ABCD und der Spitze S sind die Punkte $A(0/0/0)$, $B(4/2/4)$ und $C(6/6/0)$ gegeben (siehe Figur).

- Bestimme eine Koordinatengleichung der Ebene E, welche durch die Punkte A, B und C definiert wird.
- Bestimme die Koordinaten des Punktes D.
- Das Volumen der Pyramide beträgt $V = 36$ Volumeneinheiten. Bestimme die Koordinaten von S, wobei S eine positive z-Koordinate haben soll.
Wer den Punkt S nicht bestimmen kann, rechne mit $S(-1/7/2)$ weiter.
- Um wie viele Grad ist die Höhe MS gegenüber der xy-Ebene geneigt?
- Welcher Punkt Q auf der Kante AS hat von M minimalen Abstand?



Aufgabe 2

12 Punkte

- Sei f eine ganzrationale Funktion 3. Grades. Ihr Graph hat im Punkt $P(0/3)$ eine Tangente mit der Steigung $\frac{9}{4}$ und den Wendepunkt $W(4/4)$. Bestimme die Funktionsgleichung von f .
Wer die Teilaufgabe a) nicht lösen kann, der fahre mit $f(x) = \frac{4}{27}x^3 - \frac{4}{3}x^2 + 3x + 3$ weiter.
- Bestimme die Nullstellen sowie die Extrempunkte (ohne Nachweis) von f und skizziere anschliessend den Graphen für $-2 \leq x \leq 8$ (1 Einheit $\hat{=}$ 2 Häuschen).
- Der Graph von f und die Tangente im Hochpunkt umschliessen eine Fläche, die um die x-Achse rotiert. Berechne das Volumen des entstehenden Rotationskörpers.
- Der Graph von f , die x-Achse und die beiden Parallelen $x=k$ und $x=k+4$ mit $k \geq 0$ umschliessen ein Flächenstück. Bestimme die Zahl k so, dass der Inhalt dieses Flächenstücks minimal wird und zeichne anschliessend dieses Flächenstück in der Skizze der Teilaufgabe b) ein.

Aufgabe 3

11 Punkte

Wir betrachten die Funktionen $f(x) = \frac{x^2 - 2x + 2}{x - 1}$ und $g(x) = -x^2 + 7x - \frac{23}{4}$.

- a) Bestimme die Asymptoten der Funktion f .
- b) Bestimme die Fläche, welche von den Graphen der beiden Funktionen im ersten Quadranten eingeschlossen wird.
- c) Die Tangente an den Graphen von g im Punkt P schneidet die Gerade $y = x + 2$ rechtwinklig. Berechne die Koordinaten von P .
- d) In die bei Teilaufgabe b) beschriebene Fläche wird ein Dreieck ABC so einbeschrieben, dass Punkt A der linke Schnittpunkt der beiden Graphen im ersten Quadranten ist und die Seite BC parallel zur y -Achse verläuft. Bestimme die x -Koordinate von B und C so, dass der Flächeninhalt des Dreiecks ABC maximal wird.

Aufgabe 4

10 Punkte

Auf dem Tresen eines Jahrmarktstandes steht eine Kiste, in der sich vier schwarze und eine rote Kugel befinden. Bei einer Ziehung wird eine Kugel gezogen, die Farbe notiert und wieder zurückgelegt.

- a) Es werden sechs Ziehungen durchgeführt. Berechne die Wahrscheinlichkeit, dass
 - a₁) sechs schwarze Kugeln gezogen werden;
 - a₂) die zweite gezogene Kugel rot ist;
 - a₃) mindestens vier schwarze Kugeln gezogen werden.
- b) *Berechne:* Wie viele Ziehungen muss man mindestens durchführen, damit mit einer Wahrscheinlichkeit von mindestens 95 % mindestens eine rote Kugel gezogen wird?
- c) Für einen Einsatz von einem Schweizer Franken wird folgendes Spiel angeboten:
Wenn es dem Spieler gelingt, in drei Ziehungen mindestens zwei rote Kugeln zu ziehen, erhält er 9 Schweizer Franken, falls er verliert, verfällt sein Einsatz. Welches ist der zu erwartende Gewinn bzw. Verlust bei diesem Spiel?

Aufgabe 5

5 Punkte

In einer Bücherkiste am Bücherbazar stehen 20 verschiedene Bücher, nämlich 12 Romane und 8 Sachbücher, bereit zum Mitnehmen.

- a) Auf wie viele Arten kann ein Kunde die Auswahl treffen, wenn er mindestens zwei Romane und mindestens ein Sachbuch aber im Ganzen höchstens vier Bücher nehmen will?
- b) Die 20 Bücher werden auf einem Büchergestell in einer Reihe nebeneinander aufgestellt.
 - b₁) Wie viele Möglichkeiten gibt es?
 - b₂) Wie viele Möglichkeiten gibt es, wenn von links nach rechts zuerst 9 Romane, dann die 8 Sachbücher und anschliessend die restlichen 3 Romane stehen sollen?