

Kantonsschule Luzern

| | |
|---|---|
| Fach | <i>Mathematik Grundlagenfach</i> |
| Prüfende Lehrpersonen | <i>Franz-Xaver Barmet (franz-xaver.barmet@edulu.ch) Elisabeth Henrich (elisabeth.henrich@edulu.ch) Pierre-Dominique Hool (Pierre-Dominique.Hool@edulu.ch) Daniel Muzzolini (daniel.muzzolini@edulu.ch)</i> |
| Klassen | <i>6Kb / 6Lb / 6Rb / 6Re / 7Sa</i> |
| Prüfungsdatum | <i>29. Mai 2009</i> |
| Prüfungsdauer | <i>180 Minuten</i> |
| Erlaubte Hilfsmittel | <i>Formelsammlung „Formeln und Tafeln“ Taschenrechner TI30, Voyage 200 (ohne Handbuch)</i> |
| Anweisungen | <i>Es wird Wert auf eine saubere Darstellung gelegt. Jede Aufgabe soll auf einem neuen Bogen begonnen werden und muss einen vollständigen und nachvollziehbaren Lösungsweg enthalten. Jeder Bogen ist mit dem Namen zu beschriften.</i> |
| Anzahl erreichbarer Punkte | <i>Aufgabe 1: 10 Aufgabe 2: 11 Aufgabe 3: 9 <u>Aufgabe 4: 10</u> Total: 40</i> |
| Anzahl Seiten (inkl. Titelblatt) | <i>3</i> |

| Aufgabe 1 | Vektorgeometrie | a | b | c | d | e | Punkte |
|-----------|-----------------|---|---|---|---|---|--------|
| | | 3 | 2 | 2 | 1 | 2 | 10 |

Die Ebene E ist durch die Punkte A, B und C wie folgt bestimmt:

$$|\overline{OA}| = 6$$

$$|\overline{OB}| = 5$$

$$|\overline{OC}| = 4$$

(Einheiten)

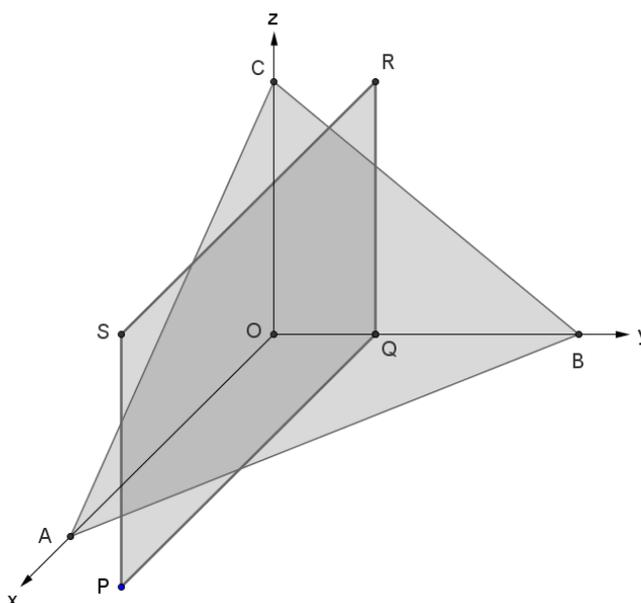
Die Ebene F enthält die Punkte P, Q, R und S mit den folgenden Eigenschaften:

$$|\overline{OQ}| = |\overline{CR}| = 2$$

$$|\overline{QR}| = 4$$

(Einheiten)

$$\overline{QP} \parallel x\text{-Achse}$$



a) Bestimmen Sie die Koordinatengleichungen der Ebenen E und F.

b) Welche Gleichung hat die Schnittgerade s von E und F?

Fahren Sie jetzt weiter mit $s: \vec{r} = \begin{pmatrix} \frac{18}{5} \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix}$

c) Welche Koordinaten haben die Spurpunkte der Geraden s?

d) Wie lang ist der Abschnitt auf s zwischen der xy – und der yz – Ebene?

e) Welchen Winkel schliesst die Gerade s mit der xy – Ebene ein?

| Aufgabe 2 | Analysis | a | b | c | d | Punkte |
|-----------|----------|-----|---|---|-----|--------|
| | | 2.5 | 3 | 2 | 3.5 | 11 |

Der Graph einer ganzrationalen Funktion 4. Grades f ist symmetrisch bezüglich der y-Achse, hat im Punkt $P(2|0)$ eine Tangente mit der Steigung $-\frac{12}{5}$ und geht durch den Punkt $Q(1|\frac{9}{4})$.

a) Wie heisst die Gleichung von f?

Wenn a) nicht gelöst werden konnte, verwenden Sie im Folgenden f mit $f(x) = \frac{1}{20}x^4 - x^2 + \frac{16}{5}$.

b) Berechnen Sie die Nullstellen und die Extrema der Funktion f. Skizzieren Sie den Graphen.

c) Bestimmen Sie die Gleichung der Tangenten an den Graphen von f im Punkt $P(u|f(u))$ und berechnen Sie die Schnittstellen der Tangente mit den Koordinatenachsen in Abhängigkeit von u für $0 \leq u \leq 2$.

d) Die Tangente begrenzt zusammen mit den Koordinatenachsen ein Dreieck. Für welches u mit $0 \leq u \leq 2$ ist sein Flächeninhalt minimal?

| | a | b | c | d | e | Punkte |
|------------------|-----|-----|---|---|---|----------|
| Aufgabe 3 | 1.5 | 1.5 | 1 | 3 | 2 | 9 |

Gegeben ist die Funktion f durch die Gleichung $f(x) = 2 - \frac{8}{x^2}; x \neq 0$.

- a) Berechnen Sie die Nullstellen von f und geben Sie die Gleichungen der Asymptoten an.
- b) Der Graph der Funktion f schneidet die Gerade g mit der Gleichung $y = 1$ in den Punkten C und D , die x -Achse in den Punkten A und B .
Skizzieren Sie die Graphen von f und g für $-5 \leq x \leq 5$ in einem Koordinatensystem und bezeichnen Sie die Punkte A , B , C und D .
- c) Berechnen Sie die Koordinaten der Schnittpunkte C und D .
- d) Die Fläche $ABCD$, die von der Geraden g , der Kurve f und der x -Achse eingeschlossen wird, habe den Inhalt A , das Trapez $ABCD$ den Inhalt A_T .
Berechnen Sie A_T und A (exakte Ergebnisse angeben).
Um wie viel Prozent ist A_T grösser als A ?
- e) Die Fläche $ABCD$ aus d) wird um die x -Achse gedreht.
Berechnen Sie das Volumen des entstandenen Drehkörpers.

| | a | b | c | Punkte |
|------------------|---|---|---|-----------|
| Aufgabe 4 | 3 | 4 | 3 | 10 |

Reto besitzt eine kleine CD-Sammlung. In seinem Regal hat es ungeordnet fünf CDs von Eric Clapton (C), vier von Juanes (J) und drei von den Black Eyed Peas (P). Weitere CDs befinden sich nicht in dem Regal.

- a) Weil er eines Tages dem Zufall überlassen will, welche Musik er hört, zieht er ohne Zurücklegen mit geschlossenen Augen nacheinander zwei CDs aus dem Regal. Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeiten folgender Ereignisse:
 A : Beide CDs sind von Eric Clapton.
 B : Eine gezogene CD ist von Juanes, die andere von den Black Eyed Peas.
 C : Beide CDs sind vom selben Interpreten.
- b) Reto schlägt Lea folgendes vor:
Die 12 CDs werden gut gemischt. Wenn ich mit verbundenen Augen eine CD von Eric Clapton ziehe, erhalte ich von dir 3.50 Franken, ansonsten muss ich 2 Franken an dich zahlen. Ermitteln Sie rechnerisch, für wen das Spiel langfristig vorteilhaft ist. Welchen Betrag sollte Lea erhalten, damit das Spiel fair wird?
- c) Ein Kaufhaus bietet als Eröffnungsangebot CDs für 10 Franken je Stück an. In einer grossen Kiste befinden sich viele dieser CDs, welche in Werbehüllen des Kaufhauses verpackt sind, so dass man die Interpreten an der Verpackung nicht erkennen kann. 50% der CDs sind von Eric Clapton, 30% von Juanes, der Rest von den Black Eyed Peas. Reto zieht 8 CDs. Aufgrund der grossen Anzahl von CDs kann von einer Ziehung mit Zurücklegen ausgegangen werden. Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeiten folgender Ereignisse:
 D : Genau 5 CDs von den Black Eyed Peas befinden sich unter den gezogenen.
 E : Höchstens 6 CDs von Eric Clapton befinden sich unter den gezogenen.
Wie viele CDs muss Reto mindestens ziehen, damit die Wahrscheinlichkeit, dass er mindestens eine CD von Juanes zieht, grösser als 99% wird?