

Datum 29. Mai 2009
Zeit: 180 Minuten

Vier Aufgaben

Zu jeder Aufgabe gehört ein ausführlicher Lösungsweg!
Es wird Wert auf eine saubere und übersichtliche Darstellung gelegt.
Die Note 6 wird für 37 von 41 Punkten erteilt.

Erlaubte Hilfsmittel

Formelsammlung „Formeln und Tafeln“, von der Schule abgegeben..
Taschenrechner ohne Handbücher: TI-92, TI-92Plus, TI voyage 200, TI-30.

- **Der Gebrauch der Hilfsmittel muss klar dokumentiert werden.**
 - **Jede Aufgabe ist auf einen neuen Bogen zu schreiben.**
 - **Jeder Bogen ist mit persönlicher Nummer, Name und Klasse zu beschriften.**
-

| | |
|------------------|------------------|
| Aufgabe 1 | 10 Punkte |
|------------------|------------------|

Gegeben sind zwei Funktionen f und g durch ihre Funktionsgleichungen

$$f(x) = \frac{1}{2}x^3 - \frac{5}{2}x + 1 \quad \text{und} \quad g(x) = -(x-2)(x+2)$$

- a) Zeichnen Sie die Graphen von f , K_f und von g , K_g .
- b) Berechnen Sie die Koordinaten der Schnittpunkte von K_f und K_g .
- c) Berechnen Sie die Gleichungen der Tangenten an die beiden Kurven in jenem Schnittpunkt von K_f und K_g welcher auf der x -Achse liegt.
- d) Berechnen Sie den spitzen Winkel, den die beiden Kurven in diesem Schnittpunkt einschliessen.
- e) Berechnen Sie den Flächeninhalt der beschränkten Fläche, die K_f und K_g einschliessen.

Aufgabe 2

8 Punkte

Im Alpensee in Fantasialand hat Alice eine neue Fischart entdeckt. An einem einzelnen Exemplar stellt sie fest, dass folgende Annahmen – natürlich nur näherungsweise – zutreffen. Der Fisch ist rotationssymmetrisch zur Längsachse des Fisches. Im Längsschnitt lassen sich die Schwanzflosse und der Fischrumpf durch den Graphen der Funktion f darstellen.

$$f(x) = \begin{cases} f_1(x) = mx + q & \text{für } -4 \leq x \leq -3 \\ f_2(x) = a \sin\left(\frac{\pi}{6}x\right) + b & \text{für } -3 \leq x \leq 0 \\ f_3(x) = \frac{1}{4}(x+1)\sqrt{16-x} & \text{für } 0 \leq x \leq c \end{cases}$$

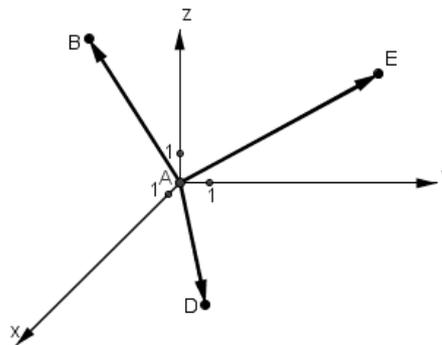
- Berechnen Sie die Werte der Parameter m , q , a und b . Beachten Sie dabei auch die Angaben in der Zeichnung.
- Berechnen Sie die Länge des Fisches.
- An welcher Stelle x hat der Fisch die grösste Querschnittsfläche senkrecht zur x -Achse? Berechnen Sie den Flächeninhalt dieser Querschnittsfläche.
- Berechnen Sie das Volumen des Fisches.

Aufgabe 3

11 Punkte

Gegeben sind die Punkte $A(0/0/0)$ $B(3/-2/6)$ $D(6/3/-2)$ $E(-2/6/3)$.

- Berechnen Sie die Koordinaten des Schwerpunktes S des Dreiecks BDE .
- Zeigen Sie, dass die Vektoren \overrightarrow{AB} , \overrightarrow{AD} und \overrightarrow{AE} einen Würfel aufspannen.
- Berechnen Sie die Koordinaten der Ecken C , F , G und H .
- Berechnen Sie die Koordinatengleichung der Ebene E_1 (BDE).
- Berechnen Sie die Gleichung der Schnittgeraden der Ebene E_1 und der Ebene E_2 (AHF).
- Berechnen Sie den Winkel zwischen den Geraden $g = EB$ und $h = EC$.



Aufgabe 4

12 Punkte

Tim, Lena und Anna verwirklichen nach bestandener Matura ihren gemeinsamen Traum, eine Reise durch die USA. Den ersten längeren Aufenthalt machen sie beim Grand Canyon, um in einer geführten Trekkinggruppe eine Wanderung ins Tal zum Colorado River zu unternehmen. Die Gruppe besteht total aus acht Touristen und einem Guide.

- Nach einem mehrstündigen Abstieg im Tal angekommen, übernachtet die Gruppe in drei nicht unterscheidbaren Zelten, welche jeweils für drei Personen Platz bieten. Wie viele Möglichkeiten gibt es, die Gruppe auf die drei Zelte zu verteilen?
- Da der Weg vom Fluss zum Ausgangspunkt der Wanderung sehr schmal ist, müssen die Teilnehmer hintereinander gehen. Auf wie viele Arten können sich die acht Touristen hinter dem Guide einreihen, wenn die drei Freunde direkt hintereinander wandern möchten?

Um sich nach der anstrengenden Wanderung etwas zu erholen, fahren die drei Freunde weiter nach Las Vegas, um ihr Glück in den Casinos zu versuchen. Lena entscheidet sich für das folgende Spiel, dessen Einsatz 3 USD beträgt: es wird mit einem fairen Würfel viermal gewürfelt. Der Spieler gewinnt nur, falls die Augenzahl fünf genau zweimal erscheint.

- Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit bei diesem Spiel zu gewinnen?
- Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, dass Lena bei zehn Spielen genau dreimal gewinnt?
- Wie oft müsste Lena das Spiel spielen, um mit einer Wahrscheinlichkeit von mehr als 99% mindestens einmal zu gewinnen?
- Beim Auszahlen der Gewinnsummen unterscheidet der Casinobetreiber die folgenden beiden Fälle:
 - Es werden 30 USD ausbezahlt, sofern der Spieler nebst der Zahl fünf noch eine andere Augenzahl ebenfalls zweimal gewürfelt hat.
 - Wird lediglich die Zahl fünf genau zweimal gewürfelt, so werden dem Spieler 20 USD ausbezahlt.Ist das Spiel fair? Begründen Sie mit einer Rechnung.