

Prüfungsdauer	180 Minuten
Erlaubte Hilfsmittel	Formelsammlung „Formeln und Tafeln“ (DMK/DPK) Taschenrechner TI-Voyage 200 (ohne Handbuch)
Total	5 Aufgaben auf 3 Blättern
Maximale Punktzahl	44 Punkte ; Note 6 ab 40 Punkte

Zu jeder Aufgabe gehört ein ausführlich dokumentierter Lösungsweg!
Es wird Wert auf eine saubere und übersichtliche Darstellung gelegt!

- ⇒ **Für jede Aufgabe ist eine neue Seite zu beginnen.**
⇒ **Jeder Bogen ist mit Nummer, Name und Klasse zu beschriften.**

Aufgabe 1

10 Punkte

Für jedes $t > 0$ ist eine Funktion f_t gegeben durch $f_t(x) = 2x^3 - \frac{4}{t} \cdot x^2 + \frac{2}{t^2} \cdot x$.

- a) Bestimmen Sie die Nullstellen, Extrempunkte und Wendepunkte von f_t .
- b) Für welches t ($t > 0$) hat die im ersten Quadranten liegende Fläche, die der Graph von f_t mit der x-Achse einschliesst, den Inhalt $A = \frac{8}{3}$?

Für die Aufgaben c) und d) sei $t = \frac{1}{3}$. Wir betrachten also die Funktion $f_{\frac{1}{3}}$.

- c) Die Normale im Wendepunkt von $f_{\frac{1}{3}}$ schneidet den Graphen von $f_{\frac{1}{3}}$ in zwei weiteren Punkten.

Berechnen Sie diese Schnittpunkte.

- d) Gesucht ist ein rechtwinkliges Dreieck mit möglichst grossem Flächeninhalt. Das Dreieck soll in der Fläche zwischen dem Graph von $f_{\frac{1}{3}}$ und der x-Achse liegen, so dass ein Eckpunkt im Ursprung $O(0/0)$, ein zweiter Eckpunkt P auf dem Graphen und eine Kathete auf der x-Achse liegt.

Bestimmen Sie die Koordinaten von P und den Flächeninhalt des Dreiecks.

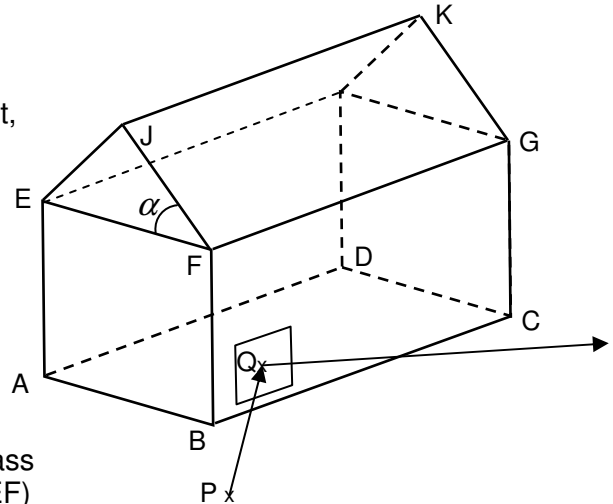
Aufgabe 2

12 Punkte

Ein Haus besteht aus einem Quader mit einem aufgesetzten Dach in Form eines dreiseitigen Prismas. Die Grundfläche des Hauses ist das Rechteck mit den Eckpunkten $A(2/5/0)$, $B(10/11/0)$, $C(0.4/23.8/0)$ und D. Längeneinheit in m.

2.1 Die rechteckige Dachfläche FGKJ liegt in der Ebene $E : 8x + 6y + 10z - 221 = 0$

- Zeigen Sie, dass der Winkel $\sphericalangle ABC = 90^\circ$ ist, und berechnen Sie die Koordinaten des vierten Eckpunktes D.
- Bestimmen Sie die Koordinaten der Punkte F und G.
- Bestimmen Sie den Neigungswinkel α der Dachfläche FGKJ.
- Bestimmen Sie die Koordinaten von J, so dass das Dreieck EFJ gleichschenkelig ist (Basis EF) und berechnen Sie das Gesamtvolumen des Hauses.



2.2 Die rechte Dachfläche mit der Dachkante FG liege in der Ebene $E : 8sx + 6sy + 50z - 146s - 375 = 0$, $s > 0$.

Der Dachneigungswinkel α hängt von s ab und muss gemäss einer Bauvorschrift im Bereich $30^\circ \leq \alpha \leq 60^\circ$ liegen.

Bestimmen Sie die möglichen Werte des Parameters s .

2.3 a) Bestimmen Sie die Koordinatengleichung der Ebene durch die Punkte B, C und F.

- Wenn Benno beim Gartentor steht und mit seinem Laserpointer vom Punkt $P(15/11/1)$ auf die Fenstermitte $Q(7/15/2)$ zündet, so wird der Laserstrahl an der Fensterscheibe reflektiert. Bestimmen Sie eine Parametergleichung der Geraden entlang des reflektierten Strahls.

Aufgabe 3

9 Punkte

Gegeben ist die Funktion $f : y = x\sqrt{3-x}$ für $x \geq 0$.

- Bestimmen Sie Nullstellen und Extrempunkte und skizzieren Sie den korrekten Graphen. (1 Einheit = 4H)
- Bestimmen Sie den Inhalt der Fläche, die vom Graph von f und der x -Achse umrandet wird.
 - Diese Fläche soll von einer Geraden durch den Ursprung halbiert werden. Bestimmen Sie die Steigung der Gerade.
Hinweis: Hier lassen sich Integral und Gleichung nur mit dem TR (approximativ) lösen.
- Die Fläche zwischen dem Graph von f und der x -Achse rotiert um die x -Achse und bildet so ein „Parfümfläschchen“. Dieses Parfümfläschchen soll mit einem möglichst kleinen (geraden) Zylinder aus Karton (Rotationsachse = x -Achse) verpackt werden. Wie viel Prozent Hohlraum besitzt dann die Verpackung bei verpacktem Parfümfläschchen?

Aufgabe 4

7 Punkte

In einer Urne sind sechs schwarze, fünf weisse und vier rote Kugeln.

Man zieht eine Kugel, merkt sich ihre Farbe und legt sie wieder zurück – dies mehrmals hintereinander.

- Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, in 10 solchen Zügen genau 4 schwarze Kugeln zu ziehen?
- Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, in 5 solchen Zügen mindestens 2 weisse Kugeln zu ziehen?
- Wie oft muss man eine Kugel ziehen, damit man mit einer Wahrscheinlichkeit von 99 % mindestens eine rote Kugel zieht?

Man zieht nun zwei Kugeln miteinander in einem Griff.

- Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, dass man zwei Kugeln gleicher Farbe zieht?
- Man weiss, dass man zwei Kugeln verschiedener Farbe gezogen hat, ohne die Farben zu kennen.
Wie gross ist jetzt die Wahrscheinlichkeit, dass die eine Kugel schwarz und die andere Kugel rot ist?

Man zieht nun 4 Kugeln mit einem Griff.

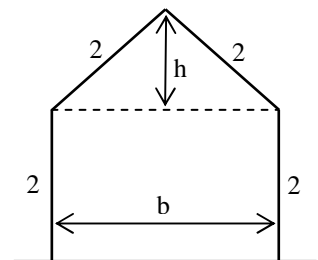
- Berechne mit Hilfe der Definition des Erwartungswertes: Wie viele schwarze Kugeln sind im Mittel zu erwarten?

Aufgabe 5 (unabhängige Kurzaufgaben)

6 Punkte

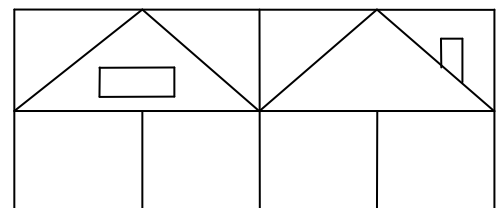
5.1.

Aus vier gleich langen Balken der Länge 2 m wird der Querschnitt eines Gartenhauses aufgebaut. Wie gross werden die Breite b und die Höhe h des Dachstockes, wenn die Querschnittsfläche des Hauses maximal werden soll, und wie gross wird diese Querschnittsfläche? (Hinweis : Der Nachweis für das Maximum muss nicht erbracht werden !)



5.2.

Ein Kind erhält die nebenstehende Vorlage, die es ausmalen möchte. Dazu stehen ihm 8 verschiedene Farben zur Verfügung, mit denen es die 12 vorhandenen Felder – pro Feld genau eine Farbe – nach Gutdünken ausmalen wird.



- Wie viele verschiedene Gemälde könnte das Kind so ausmalen?
- Wie viele Gemälde sind denkbar, wenn 8 Felder rot und 4 Felder blau bemalt werden?
- Wie viele Bilder könnten entstehen, wenn genau 4 Felder blau und genau 2 Felder rot bemalt werden?