

Prüfungsdauer	180 Minuten
Erlaubte Hilfsmittel	Formelsammlung „Formeln und Tafeln“, Orell-Füssli Taschenrechner TI-voyage200 oder TI-92plus (ohne Handbuch)
Maximale Punktzahl	44 Punkte aus 5 Aufgaben
	Note 6 für 40 Punkte

- ☞ **Die Lösungsschritte müssen nachvollziehbar sein.**
- ☞ **Auf eine saubere und übersichtliche Darstellung wird Wert gelegt.**
- ☞ **Bitte für jede Aufgabe einen neuen Bogen verwenden.**

**Aufgabe 1****5 Punkte**

Die Funktion  $f$  ist ein Polynom 3. Grades. Ihr Graph geht durch den Punkt  $P\left(4 \mid \frac{8}{3}\right)$ . Die Tangente an den Graphen von  $f$  im Punkt  $P$  hat die Steigung  $m = -4$  und schneidet den Graphen von  $f$  an der Stelle  $x = -2$ . Der Graph von  $f$  hat zudem an der Stelle  $x = 2\sqrt{2} + 2$  einen Extrempunkt. Bestimmen Sie die Funktionsgleichung von  $f$ .

**Aufgabe 2****10 Punkte**

Gegeben sind ein Dreieck mit den Ecken  $A(2 \mid 2 \mid 5)$ ,  $B(-2 \mid 6 \mid 11)$  und  $C(4 \mid 2 \mid -1)$  sowie

eine Gerade  $g: \vec{r} = \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ 5 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ 3 \\ 4 \end{pmatrix}$

- a) Geben Sie eine Parameter- und eine Koordinatengleichung der Dreiecksebene  $E$  an.
- b) Berechnen Sie den Winkel, den diese Ebene  $E$  und die Gerade  $g$  einschliessen.
- c) Bestimmen Sie den Winkel zwischen der Ebene  $E$  und der Grundrissebene.
- d) Das Dreieck  $ABC$  ist die Grundfläche eines Prismas, dessen Kanten parallel zu  $g$  sind. Die Höhe des Prismas beträgt 10. Berechnen Sie die Koordinaten der Ecken der Deckfläche. Es wird nur eine Lösung verlangt.  
Geben Sie eine Koordinatengleichung der Ebene an, in der die Deckfläche liegt.

**Aufgabe 3****8 Punkte**

Gegeben ist die Funktionenschar  $f_t$  mit der Funktionsgleichung  $f_t(x) = x \cdot \sqrt{t - x^2}$  und  $t \in \mathbb{R}^+$ .

- Der Graph von  $f_t$  schliesst mit der  $x$ -Achse im 1. Quadranten ein endliches Flächenstück ein. Berechnen Sie den Inhalt dieses endlichen Flächenstückes in Abhängigkeit vom Parameter  $t$ .
- Das Flächenstück aus a) wird nun um die  $x$ -Achse rotiert. Berechnen Sie das Volumen des entstehenden Rotationskörpers in Abhängigkeit vom Parameter  $t$ .
- Um den Rotationskörper aus b) wird ein gerader Kreiszylinder so umschrieben, dass seine Mantellinien parallel zur  $x$ -Achse liegen. Zeigen Sie, dass das Verhältnis des Volumens des Zylinders zum Volumen des Rotationskörpers nicht vom Parameter  $t$  abhängt und geben Sie dieses Verhältnis an.

**Aufgabe 4****12 Punkte**

Gegeben sind die Funktion  $f$  mit der Funktionsgleichung  $f(x) = \frac{8}{27}x^3 - 4x^2 + 16x - 16$  und für

$k \in \mathbb{R}$  die Funktionenschar  $g_k(x) = \frac{8}{27}x^3 - \frac{1}{2}(k+6)x^2 + (6k+4)x - (18k-20)$ .

- Untersuchen Sie den Graphen von  $f$  auf Nullstellen, Extrempunkte, Wendepunkte und Symmetrie.
- Zeichnen Sie aufgrund der Berechnungen aus a) den Graphen von  $f$  für  $1 \leq x \leq 8$ .  
(1 Einheit  $\hat{=}$  2 Häuschen)
- Berechnen Sie den Inhalt des endlichen Flächenstückes, welches von der Tangente an den Graphen von  $f$  im Punkt  $B(3|4)$  und dem Graphen von  $f$  begrenzt wird.
- Zeigen Sie, dass die Funktion  $f$  zur Funktionenschar  $g_k(x)$  gehört.
- Für welche  $k \in \mathbb{R}$  gilt:  $g_k(x)$  hat an der Stelle  $k$  einen Extrempunkt?

Der Fan-Club „Hopp Schwiiz“, bestellte für das Eröffnungsspiel der Euro 08 für alle 45 Mitglieder ein T-Shirt bei einem Hersteller von Sportbekleidungen. In jeder Grösse kann man aus drei verschiedenen Stoffqualitäten, 21 Nummern-Aufdrücke und den Modellen Classic, Polo oder Soccer wählen.

a) Geben Sie an, wie viele Wahlmöglichkeiten es in jeder Grösse gibt.

Nach Angaben des Herstellers haben 12 % seiner T-Shirts einen Nähfehler und 10 % einen Farbfehler. Näh- und Farbfehler treten unabhängig voneinander auf.

Der Hersteller verkauft T-Shirts ohne Fehler als erste Wahl. Besitzt ein T-Shirt einen Näh- und einen Farbfehler, so wird es als dritte Wahl angeboten. Alle anderen T-Shirts werden als zweite Wahl verkauft.

b) Zeigen Sie, dass ein zufällig ausgewähltes T-Shirt mit der Wahrscheinlichkeit 0.7920 die Qualität erste Wahl besitzt. Geben Sie an, mit welcher Wahrscheinlichkeit ein zufällig ausgewähltes T-Shirt zweite und mit welcher Wahrscheinlichkeit ein zufällig ausgewähltes T-Shirt dritte Wahl ist.

c) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeiten folgender zwei Ereignisse:

A: Mindestens 40 der gelieferten T-Shirts sind erste Wahl.

B: Unter den 45 gelieferten T-Shirts befinden sich weniger T-Shirts erster Wahl als zu erwarten sind.

d) Der Fan-Club erhält alle T-Shirts für Fr. 13.40 je Stück. Die gelieferten T-Shirts wurden beim Hersteller rein zufällig aus seinem Lager ausgewählt.

Um einen Beitrag für die Club-Kasse zu erhalten, muss jedes Club-Mitglied für ein T-Shirt erster Wahl Fr. 17.– bezahlen. Bei T-Shirts dritter Wahl soll dieser Preis um 60 % reduziert werden. Bestimmen Sie den Minimalpreis für ein T-Shirt zweiter Wahl, damit beim Verkauf der T-Shirts für die Club-Kasse mindestens Fr. 140.– zu erwarten ist.