Zeit: 180 Minuten

Die Lösungen sind sauber darzustellen und ausführlich zu dokumentieren.

Die Aufgaben Physik Nr. 1 - 5 und die Aufgaben Anwendungen der Mathematik Nr. 6 - 8 sind auf separaten Bögen zu lösen.

Die Note 6 wird für 50 Punkte erteilt.

Der Einsatz der Hilfsmittel ist klar anzugeben.
Hilfsmittel: Formelsammlung DMK und Rechner TI Voyager.

PHYSIK

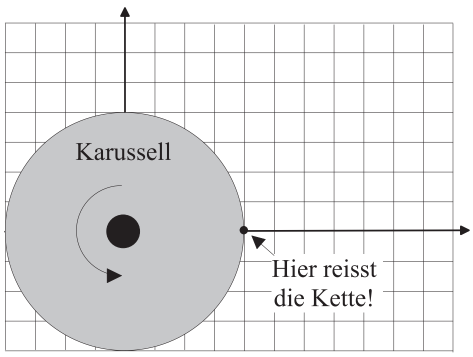
1. Rotation (6 Punkte)

Wir sitzen in einem Sitz des rechts abgebildeten Kettenkarussells. Der Sitz ist jetzt – wenn das Karussell dreht – 4,01 m von der Drehachse entfernt.

a) Da der Sitz an einer Kette hängt und das Karussell dreht, ist der Sitz um 42° gegenüber der Vertikalen geneigt. Mit welcher Frequenz dreht das Karussell?

b) Franz – der Betreiber des Karussells – betrachtet mit wachsender Sorge den Antrieb des Karussells. Vor drei Wochen ist beim Start des Karussells ein Zahnrad zerbrochen. Jetzt fällt Franz auf, dass jedes Mal kurz bevor das Karussell wie gewünscht mit konstanter Geschwindigkeit dreht, der Motor stark belastet wird. Erklären Sie dieses Phänomen unter der Voraussetzung, dass die Winkelgeschwindigkeit linear ansteigt!

c) Der Passagier (80 kg) vor Ihnen hat Pech! Auf 4,85 m Höhe und 4 m Entfernung zur Drehachse reisst die Kette, so dass er weggeschleudert wird. Zeichnen Sie ins nebenstehende Koordinatensystem – *mit Zahlenwerten* – den Ort ein, an dem er unsanft landet. Ein Häuschen entspricht einem Quadratmeter.
[*Falls* **a)** *nicht gelöst:* $f = 0{,}52$ Hz.]



2. Luftpumpe (6 Punkte).

Eine Pumpe besteht aus einem Zylinder, in welchem der Kolben das Volumen von $V_o = 2\ \text{dm}^3$ in zwei Schritten auf den zehnten Teil verringert. Der Anfangsdruck p_o in der Pumpe beträgt 1 bar. Der Kolben komprimiert diese Luft, bis sie den Druck $p_1 = 5$ bar erreicht hat. Sodann strömt ein Teil dieser Luft durch ein Ventil aus der Pumpe in einen Behälter, dessen Druck ebenfalls 5 bar beträgt. Die Luft darf als ideales Gas betrachtet werden. Eine Pumpenskizze kann nützlich sein.

a) Bestimmen Sie bei isothermer Prozessführung (Arbeitstemperatur = $\vartheta_0 = 20°\text{C}$) die Luftmenge in Mol, die bei einer solchen Kolbenbewegung aus der Pumpe dem Behälter zugeführt wird. Empfehlung: Berechnen Sie zunächst die Luftmenge in der Pumpe vor der Kolbenbewegung und dann nach Abschluss des Ausströmvorgangs.

b) Wie gross ist die Arbeit, die der Kolben an der Luft im Zylinder verrichtet? (Erhöhen des Druckes, dann Luft in den Behälter pressen).

c) Wieviel Wärme gibt die Pumpe beim Erhöhen des Druckes an die Umgebung ab?

3. Kondensator (6 Punkte)

Ein Blockkondensator enthält ein Dielektrikum mit der relativen Dielektrizitätszahl $\varepsilon_r = 6$.
Er hat die Kapazität $C = 20.7\ \mu F$ und wird auf $U_o = 80$ V geladen. Über einen Schalter schliesst man ihn an einen Ohmschen Widerstand $R = 1.00\ M\Omega$ an, wobei sich der Kondensator über den Widerstand zu entladen beginnt. Die Differentialgleichung, die das zeitliche Verhalten der Spannung U_C am Kondensator beschreibt, lautet:

$$\frac{dU_C}{dt} + \frac{U_C}{RC} = 0$$

a) Notieren und begründen Sie die Ansätze, die zu dieser Differentialgleichung führen.

b) Lösen Sie die Differentialgleichung mit der Anfangsbedingung, ohne die konkreten Zahlenwerte einzusetzen.

c) Finden Sie die Halbwertszeit der Entladung als Funktion von R,C und als Zahlenwert. Martina behauptet, dass ein ebensolcher Kondensator, jedoch mit der relativen Dielektrizitätszahl $\varepsilon_r' = 12$ die doppelte Halbwertszeit bei der Entladung über denselben Widerstand hätte. Verifizieren oder widerlegen Sie ihre Behauptung.

4. Spezielle Relativitätstheorie, elektrisches und magnetisches Feld (6 Punkte)

Positronen sind die Antiteilchen von Elektronen. Dies bedeutet, dass sie die gleiche Ruhemasse wie Elektronen aufweisen, aber eine positive Elementarladung tragen. Das Positron, welches wir betrachten wollen, ist in einer Nebelkammer entstanden und bewegt sich mit 95% der Lichtgeschwindigkeit in Richtung der y-Achse vorwärts.

a) Durch ein elektrisches Feld, das entgegen der y-Achse orientiert ist, wird das Positron auf 80% der Lichtgeschwindigkeit gebremst. Wie gross ist die dazu notwendige Spannung?

b) Mit 80% der Lichtgeschwindigkeit trifft das Positron dann auf ein homogenes Magnetfeld, welches senkrecht zur y-Achse steht. Das Positron wird dadurch nach rechts in die x-y-Ebene abgelenkt, wenn wir entlang der y-Achse schauen.

- Erstellen Sie eine Skizze, welche die Bahn des Positrons und das Magnetfeld zeigt. Begründen Sie, wie die Bahn zustande kommt!
- Geben Sie eine Gleichung an, mit welcher Sie aus der Bahn und den gegebenen Daten die Stärke des Magnetfeldes bestimmen. Keine Zahlenwerte berechnen!

5. Der lichtelektrische Effekt (Photoeffekt) (6 Punkte)

Wilhelm Hallwachs beobachtete 1888, dass geladene Metallplatten durch auftreffendes Licht entladen werden können. Erst Albert Einstein gelang es 1905, das Phänomen richtig zu deuten.

a) Welche klassische Vorstellung von der Lichtabsorption hatte man zu Hallwachs' Zeit?
Was beobachtet man aber bei der Lichtabsorption an Metalloberflächen?
Wie erklärte Einstein den beobachteten Effekt?

b) Eine Messung mit zwei monochromatischen Lichtquellen ergab folgende maximalen Energien der austretenden Elektronen:

Farbe	Wellenlänge [nm]	maximale Elektronenenergie [J]
grün	548	$5.767 \cdot 10^{-20}$
violett	425	$1.629 \cdot 10^{-19}$

Berechnen Sie aus diesen Angaben
- das Planck'sche Wirkungsquantum (mit diesem Wert weiterarbeiten)
- die Austrittsarbeit in eV
- die Mindestfrequenz, die benötigt wird, um den Effekt bei diesem Metall zu beobachten.

ANWENDUNGEN der MATHEMATIK

6. Affine Abbildungen (10 Punkte)
Gegeben ist das Dreieck mit den Eckpunkten A(1/3), B(9/7) und C(2/6).

a) Eine affine Abbildung α hat die Fixpunktgerade $g: \; x-y=0$ und bildet das Dreieck ABC auf ein rechtwinklig-gleichschenkliges Dreieck $A'B'C'$ (mit dem rechten Winkel bei C') ab. Bestimmen Sie die Abbildungsgleichungen für *die eine* der beiden möglichen Abbildungen α. Wer Teilaufgabe a) nicht lösen kann, verwende in den folgenden Aufgaben für α die Gleichungen

$$\alpha: \quad \begin{aligned} x' &= -\tfrac{1}{2}x + \tfrac{3}{2}y \\ y' &= \tfrac{1}{2}x + \tfrac{1}{2}y \end{aligned}$$

b) Der Umkreis des Dreiecks ABC wird mit k bezeichnet. Bestimmen Sie eine Gleichung für k.

c) Ermitteln Sie eine (möglichst einfache) Kurvengleichung für das Bild k' des Kreises k unter der Abbildung α.

d) Berechnen Sie den Flächeninhalt des Gebietes, das von k' eingeschlossen wird.

7. Differentialgleichungen (10 Punkte)
Gegeben ist die Differentialgleichung (DGL) $(x+2)y' - \frac{1}{3}y = (x+2)^{7/3}$, wobei $x > -2$ ist.
Bestimmen Sie

a) die allgemeine Lösung der homogenen DGL durch Separation der Variablen,

b) eine Lösung der inhomogenen DGL mit Variation der Konstanten,

c) die allgemeine Lösung der inhomogenen DGL,

d) mit Hilfe von c) die Lösung der inhomogenen DGL für $y(6)=70$.

8. Komplexe Funktionen (10 Punkte)
Die Funktion $f: \; z \mapsto \; w = 2z\left(\bar{z}-i\right)$ bildet die komplexe z-Ebene auf die komplexe w-Ebene ab.

a) Bestimmen, charakterisieren und skizzieren Sie (alle massgebenden Grössen) das Bild M' von $M = \left\{ z \,\middle|\, \mathrm{Re}(z) = \mathrm{Im}(z) \right\}$. (Einheiten: 8 Häuschen)

b) Bestimmen, charakterisieren und skizzieren Sie die Punkte in der z-Ebene, welche auf die imaginäre Achse der w-Ebene abgebildet werden.

c) Wir betrachten in der z-Ebene die Punkte A(0), B(z) und C(-2-i). Für welche z bilden die Bildpunkte A', B', C' in der w-Ebene ein (positiv orientiertes) rechtwinklig - gleichschenkliges Dreieck (mit dem rechten Winkel bei B')?

d) Für welche z auf dem Einheitskreis wird $\left|f(z)\right|$ maximal und wie gross ist dieses Maximum?